MÉM
ORSZÁGOS FÖLDÜGYI ÉS
TÉRKÉPÉSZETI HIVATAL

UTMUTATÓ

A GEODÉZIAI GRAVIMETRIAI MUNKÁKHOZ

1529

BUDAPEST
1979.

2004 -07- 09

1994 NOV 1

K 4069

263.1.

UTMUTATÓ

a

geodéziai gravimetriai munkákhoz

Készitette: a MÉM Országos Földügyi és Térképészeti Hivatal megbizásából a 2.sz.feladatterv keretében a

FÖLDMÉRÉSI INTÉZET
Asztrogeodéziai Osztálya

Témavezető: /Gazó Miklós/
tud.főmunkatárs

Közreműködik: /Taraszova Galina/
tud. munkatárs

Budapest, 1979. december

/Dr. Bod Emil/
osztályvezető

/Dr. Lukács Tibor/
igazgatóhelyettes

FÖLDMÉRÉSI INTÉZET Budapest, V. Guszev u. 4.

(5)

263.1

U T M U T A T Ó

a

geodéziai gravimetriai munkákhoz

/tervezet/

Á B R Á K

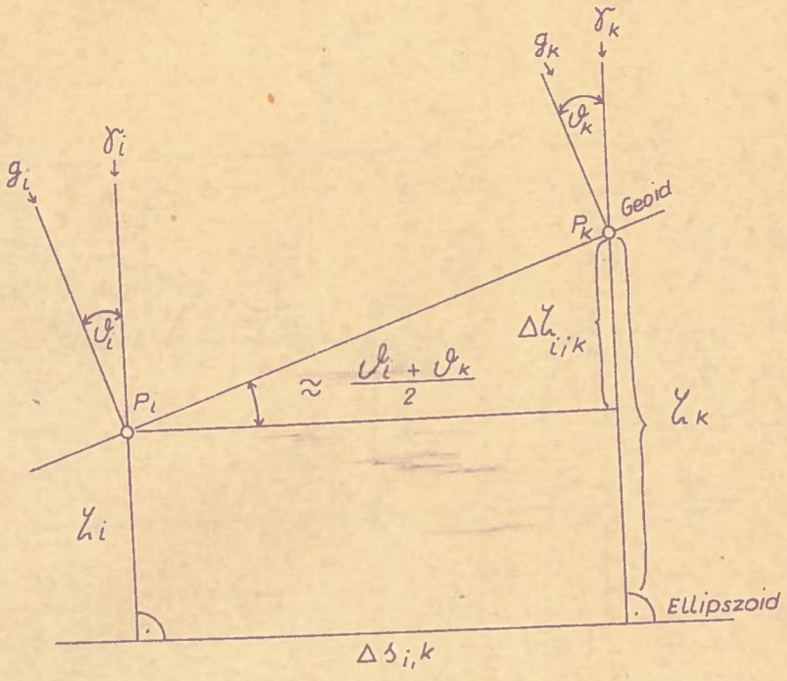
1 - 3

M E L L É K L E T E K

1 - 21

Iratgyűjtő

A Bruns-féle csillagászati szintezés alapelve.



$$\Delta h_{i,k} = \frac{1}{2}(\vartheta_i + \vartheta_k)\,\Delta s_{i,k}$$

ha $= \alpha = 0°$ (a haladás iránya D → E)

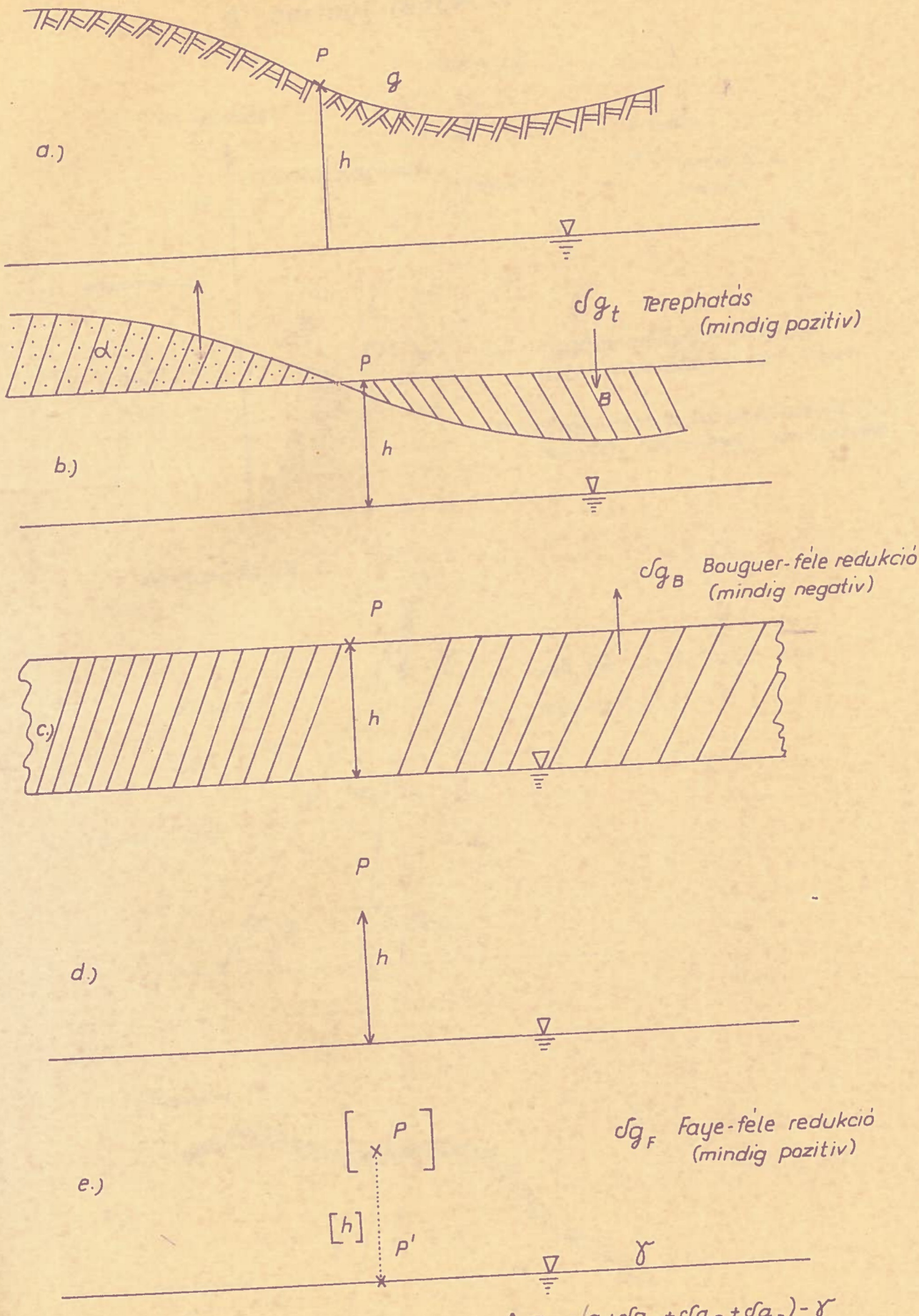
$$\Delta h_{i,} = \frac{1}{2}(\xi_i + \xi_s)\,\Delta s_{i.k}$$

ha $= \alpha = 90°$ (a haladás iránya Ny → K

$$\Delta h_{i,} = \frac{1}{2}(\eta_i + \eta_s)\,\Delta s_{i,k}$$

1. ábra

A Bouguer-anomália képzése.

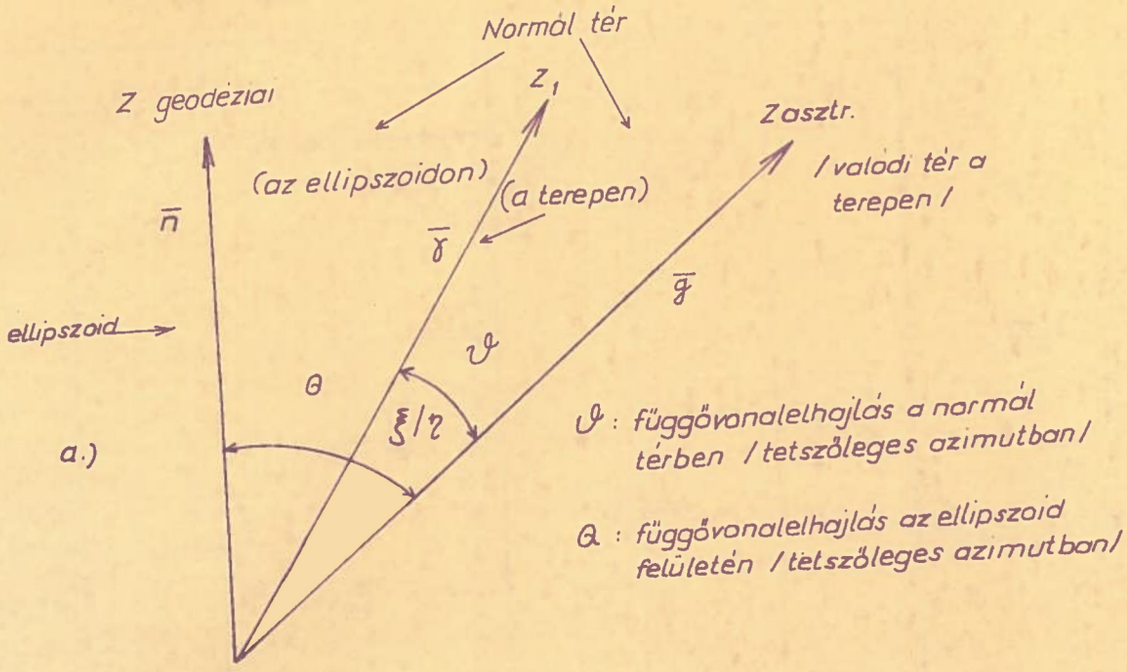


$$\Delta g_B = (g + \delta g_t + \delta g_B + \delta g_F) - \gamma$$

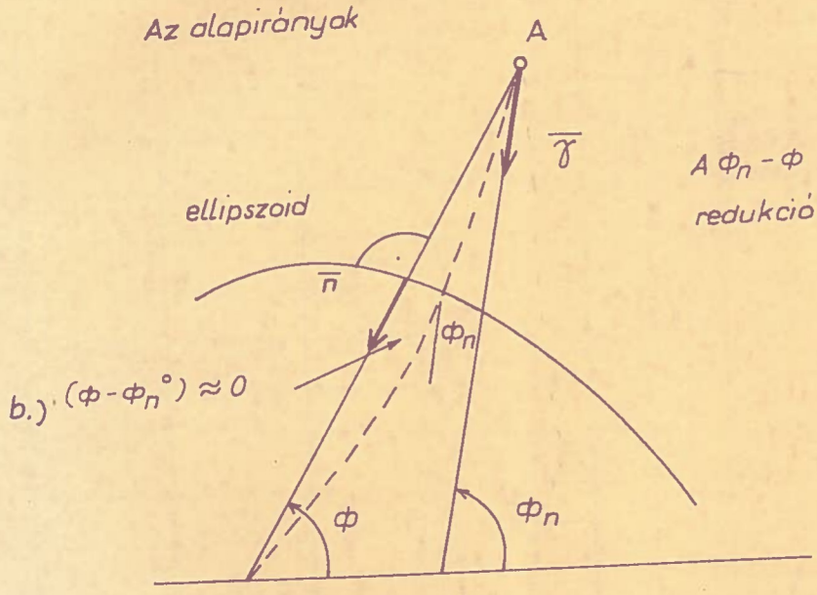
$$= g + \delta g_B + \delta g_F + \delta g_t - \gamma$$

2. ábra

A normál redukció.

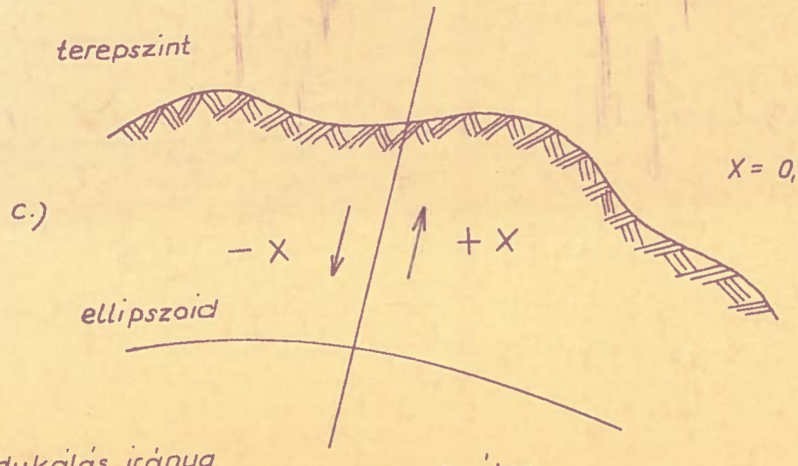


Az alapirányok



$A\ \Phi_n - \Phi = 0{,}171''\ H \sin 2\Phi$

redukció.



$X = 0{,}171''\ H^{[km]} \sin 2\Phi$

A redukálás iránya.

3. ábra

SZIGORÚAN TITKOS!

Állomás szám	A mérés éve	Műszer	Szélesség	Hosszúság	Magasság m	Javított nehézségi érték	Záróhiba	Terephatás		Normál érték		Bouguer anomália δ=2,0					
								közeli	távoli	Cassinis	Helmert						

Gravimetriai adatlap

1. melléklet

Eötvös Loránd Geofizikai Intézet, Műszerlap — 10 000 pld. — 71.10., 2932 Nyomdaipari Szakm. Intézet

AZ = 8997,77

Terep hatás							
Közeli	Távoli	Pont száma	Földrajzi szélesség	Földrajzi hosszúság	Tengerszint f. magasság	Nehézségi gyorsulás	Évi: éve 19...
		143. II. B	46-48-29,4	21-11-57,0	89,542	980825,50	
0	0	11928	46-52-51	21-13-12	87,70	-729,38	'60
2,00	38,40	2253	48-20-25	-17-13	309,48	+27,60	
		AZ = 0					
0	1,12	30929	47-38-26	16-40-52	123,99	8334,68	

BUBANATOS 641 11

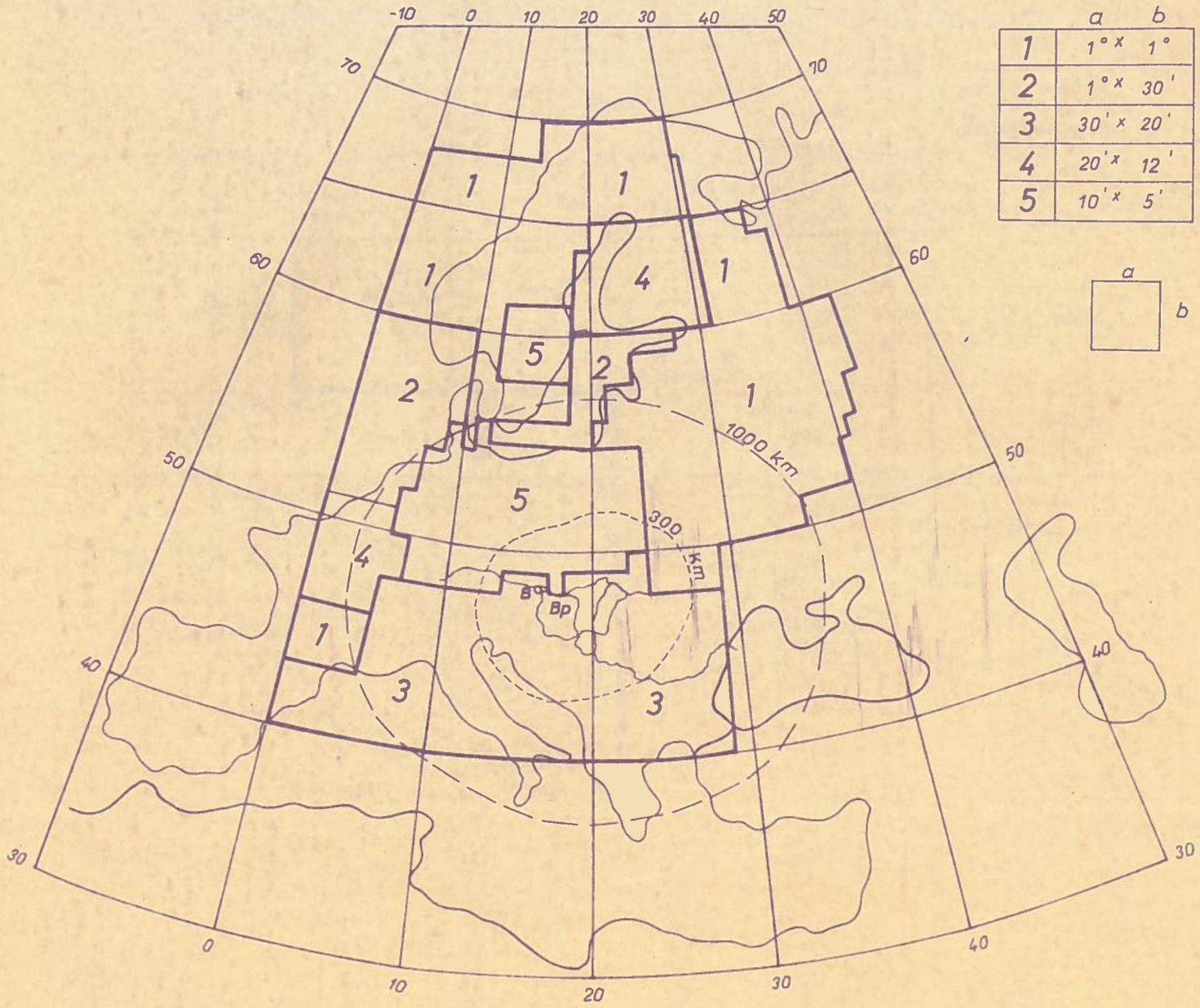
Faye - anomaliak szamitasa

Psz	g mert	g vegl	fi	gamma	Hm	gm	gF
143	825.500	825.500	46 48 29	779.467	89.540	27.632	73.6
11928	-72.938	826.839	46 52 51	786.042	87.700	27.064	67.8
2253	2.760	902.537	48 20 25	917.629	309.480	95.506	80.4
30929	833.468	833.468	47 38 26	854.613	123.990	38.263	17.1

3.melléklet

4.melléklet

Kurt Arnold Faye anomália összeállítása

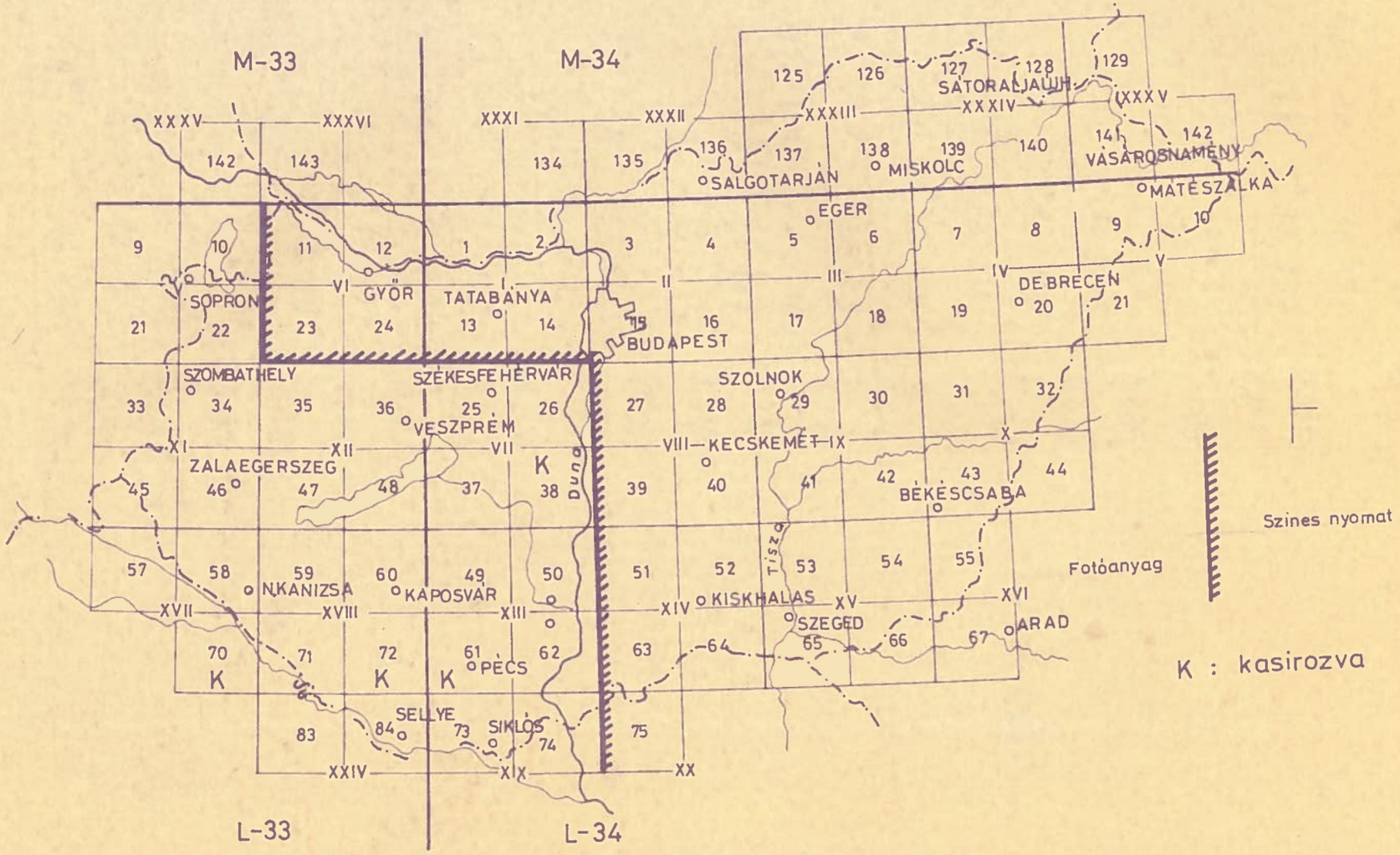


	a	b
1	1° ×	1°
2	1° ×	30'
3	30' ×	20'
4	20' ×	12'
5	10' ×	5'

Az anomáliák által reprezentált területek nagysága

5. melléklet

Magyarország 1:200 000 Bouguer-anomália térképei



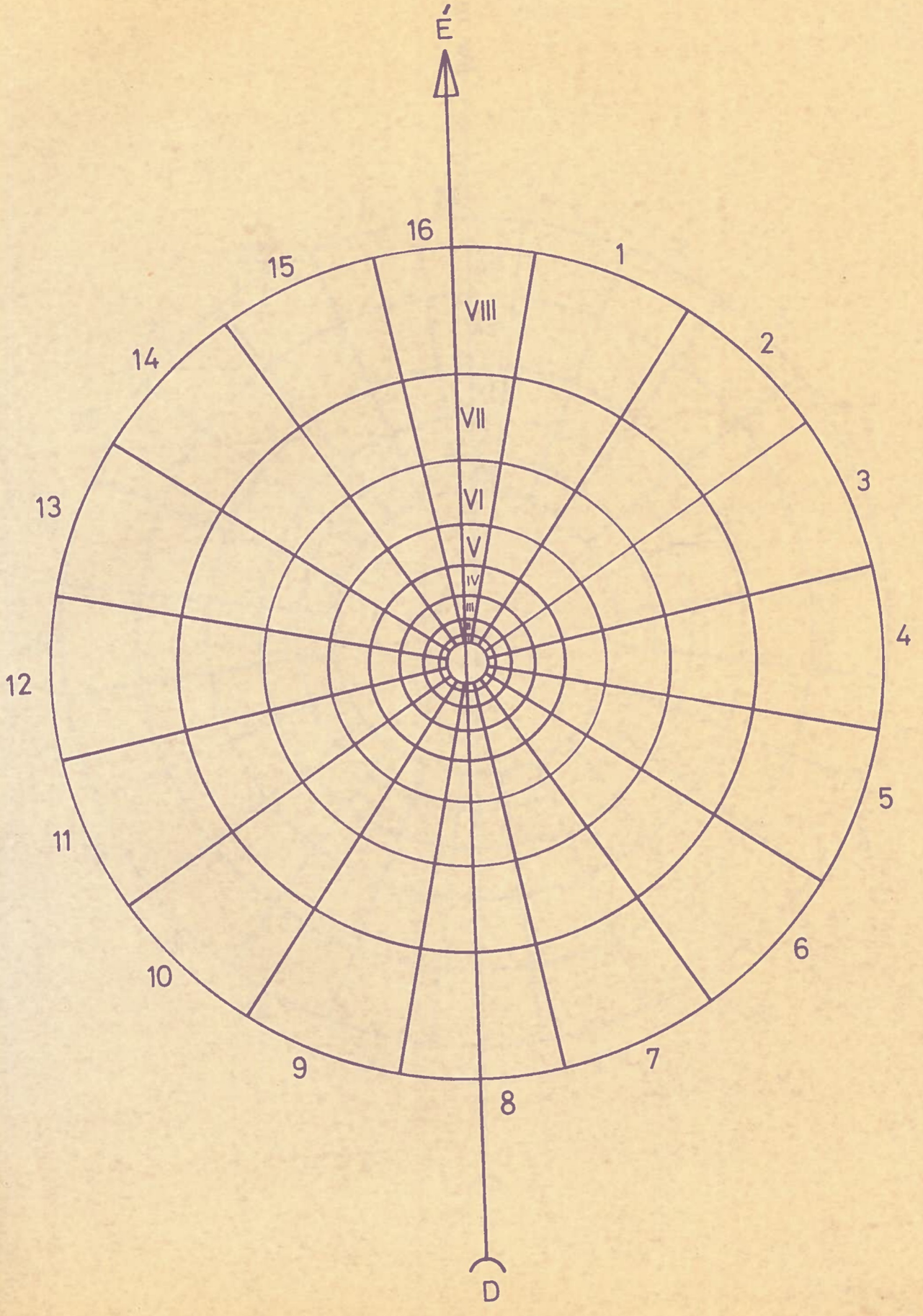
φ	$\gamma_C - \gamma_H$	$\Delta(\gamma_C - \gamma_H)$ E-D
45° 30′	+13,358	
		−0,037
40′	+13,321	
		−0,038
50′	+13,283	
		−0,039
46° 00′	+13,244	
		−0,039
10′	+13,205	
		−0,039
20′	+13,166	
		−0,038
30′	+13,128	
		−0,040
40′	+13,088	
		−0,039
50′	+13,049	
		−0,039
47° 00′	+13,010	
		−0,039
10′	+12,971	
		−0,040
20′	+12,931	
		−0,039
30′	+12,892	
		−0,039
40′	+12,853	
		−0,039
50′	+12,814	
		−0,40
48° 00′	+12,774	
		−0,40
10′	+12,734	
		−0,40
20′	+12,694	
		−0,039
30′	+12,655	
		−0,040
40′	+12,615	
		−0,040
50′	+12,575	
		−0,040
49° 00′	+12,535	

6. melléklet

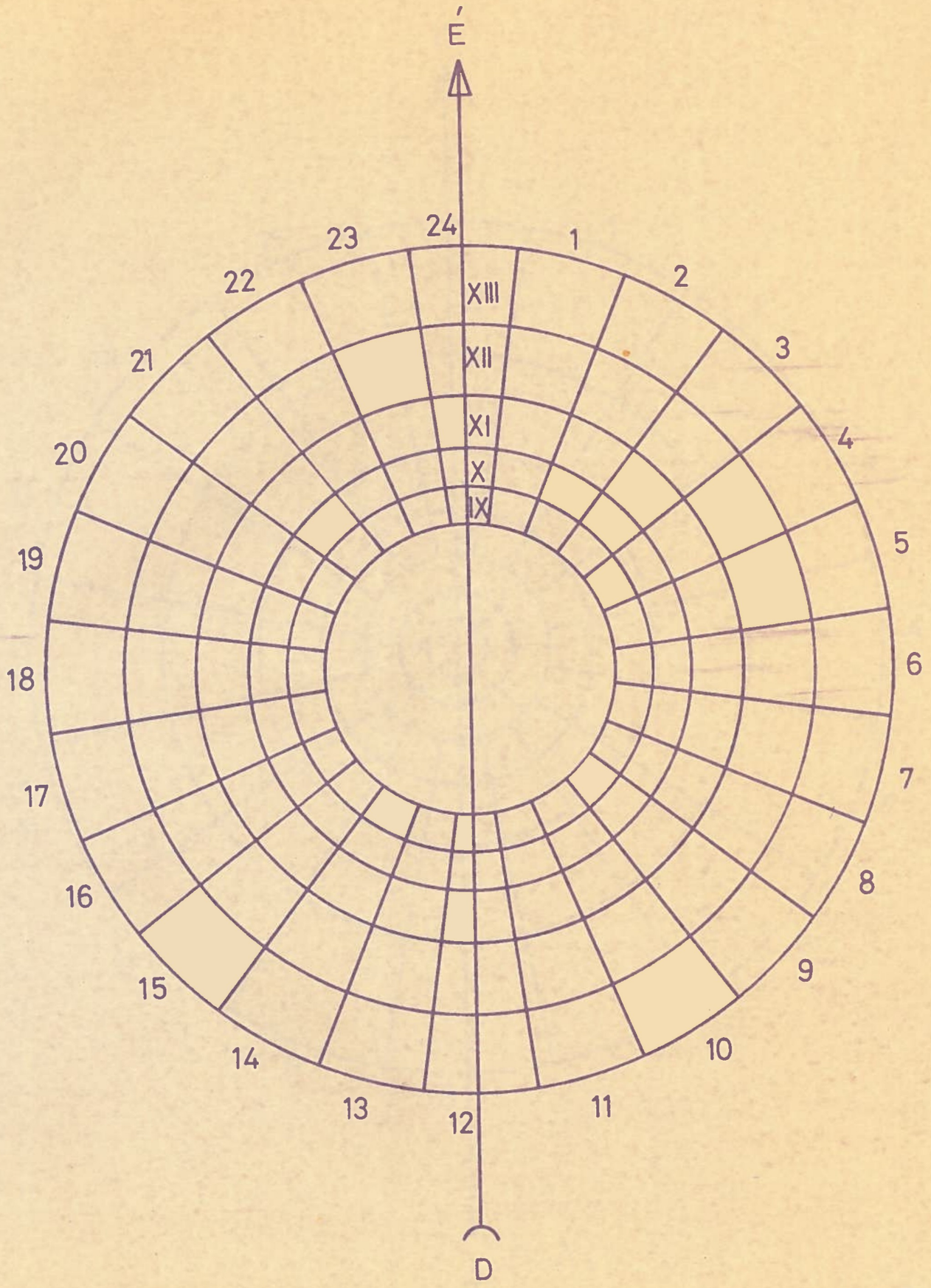
A Cassinis 1930 és Helmert 1901 normálképletek közti átszámítás

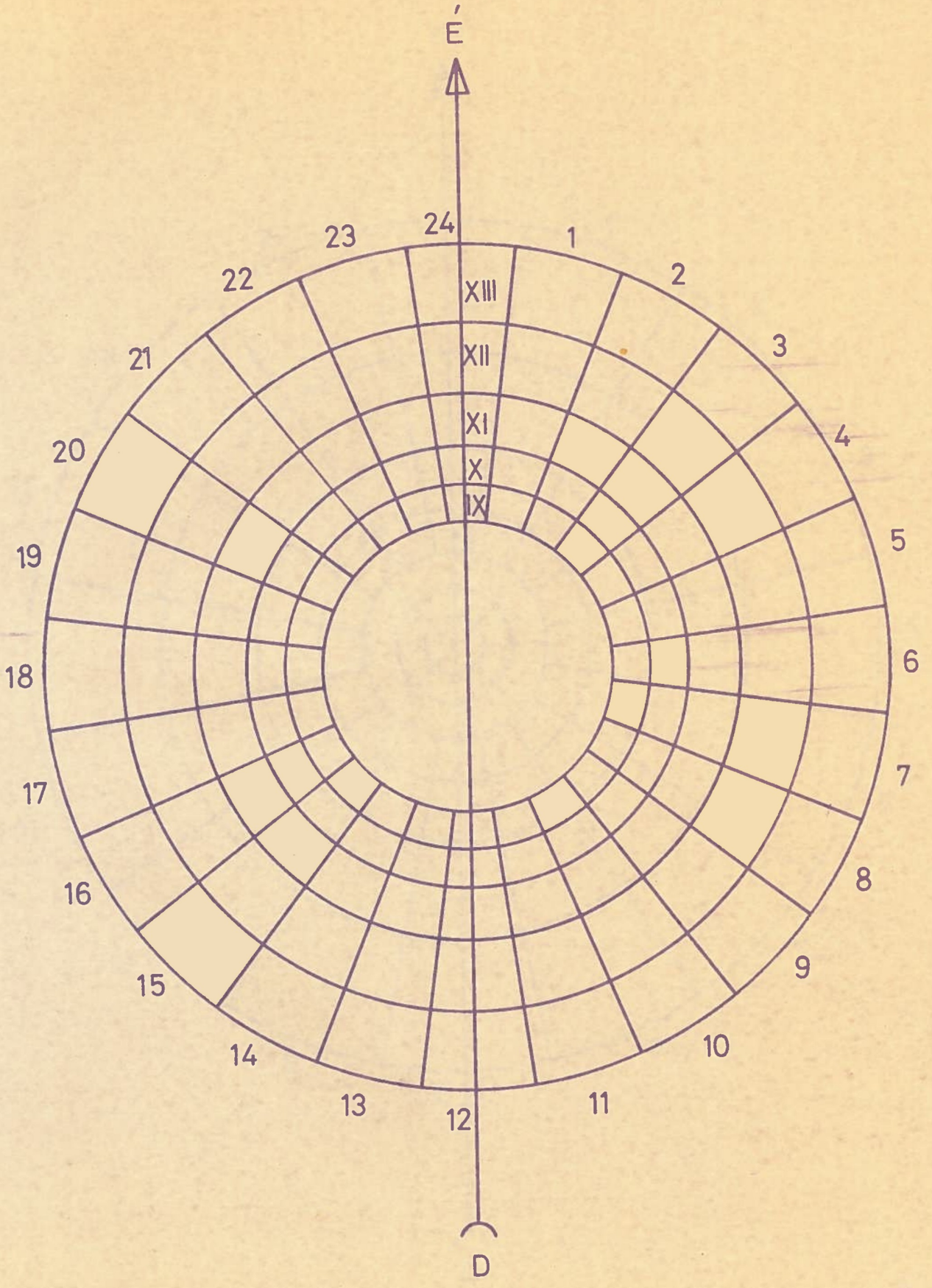
$$\delta(\Delta g_F) = \Delta g_F^H - \Delta g_F^C = \gamma_C - \gamma_H$$

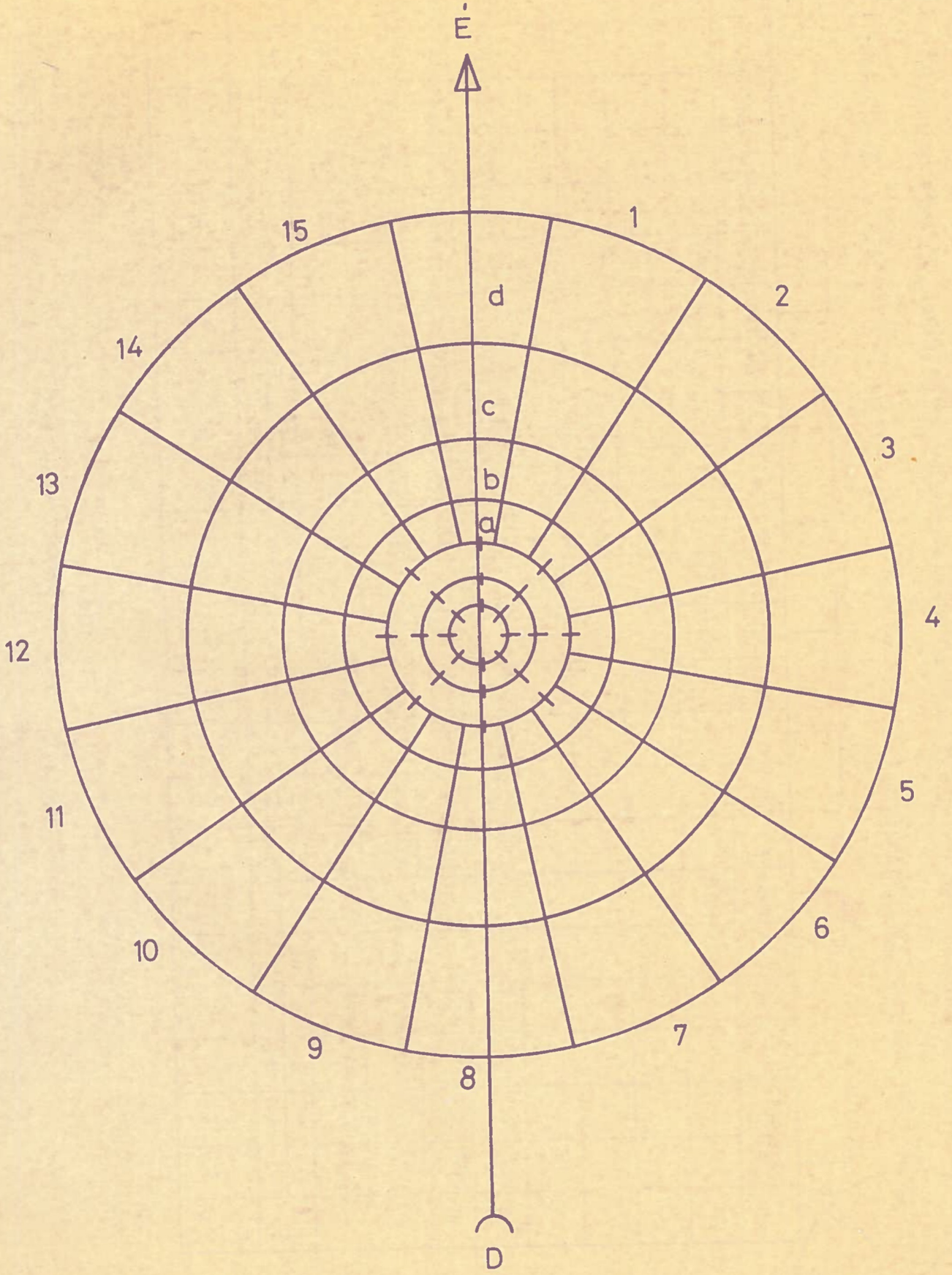
$$= +19,0 - 13,201 \sin^2\varphi + 1,076 \sin^2 2\varphi \ [\text{mgal}]$$


É
16
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
VIII
VII
VI
V
IV
III
D

8. sz. melléklet




É
D
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
XIII
XII
XI
X
IX


É
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
a
b
c
d
D

95,8	92,0
96,0	95,0
95,0	90,0
95,0	90,0
94,0	90,0
93,0	91,5
92,5	89,5
756,3	730,00

$\xi = -0''.78$ ✓

$\eta = +0''.03$

10. sz. melléklet

Belső zóna

1:50 000 Faye-izoanomália

$\Delta N_1 = +0,316813$

$\Delta N_2 = +0,103252$

1,1 km – 5 0 km

5,0 km – 48,5 km

48,5 km – 102,6 km

A PONT NEVE Alomzug

k / u		1	7	9	15	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	6	10	14	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	5	11	13	ΣΣ ξ	ΣΣ η	16	8	4	12	ΣΣ ξ	ΣΣ η
	ξ	−	+	+	−			−	+	+	−			−	+	+	−			−	+				
	η	−	−	+	+			−	−	+	+			−	−	+	+					−	+		
a	I	+87,5	+80,0	+84,0	+81,5			+90,0	+80,0	+87,0	+88,0			+91,2	+86,9	+84,0	+85,6			+87,5	+82,5	+91,0	+89,0	+1331,1	9,00025
b	II	+84,6	+75,0	+77,5	+86,0			+87,5	+75,0	+82,5	+86,0			+88,9	+85,0	+86,0	+85,5			+85,0	+76,3	+83,5	+86,2	+1526,6	9,00035
c	III.	+82,0	+70,0	+72,5	+82,5			+82,5	+71,5	+77,0	+82,0			+85,0	+79,3	+82,5	+82,0			+83,0	+72,5	+84,3	+82,5	+1271,1	9,00007
d	IV.	+78,5	+66,5	+67,5	+77,5			+80,0	+67,5	+72,5	+79,6			+80,0	+72,0	+71,5	+74,0			+79,9	+65,0	+79,0	+78,0	+1194,0	9,00010
	V.																								
	VI.																								
	VII.																							5389,3	
	VIII.					−73,1	+10,9					−61,6	+19,6					−13,0	−4,2					5189,3	
	Σ	+352,6	+291,5	+301,5	+333,5	0,0046	0,0019	+340,0	+294,0	+319,0	+334,6	0,0035	0,0035	+345,1	+323,2	+334,0	+336,1	0,0019	0,0006	+335,4	+296,3	+342,8	+335,7	0,0050	0,005
																								−39,1	−7,1

ELLENŐRZÉS

ξ	η
−1,05	+0,03

$$\xi_0'' = 0,0262\,(\Delta g_8 - \Delta g_{16}) + 0,0185\,(\Delta g_6 + \Delta g_{10} - \Delta g_2 - \Delta g_{14}) = 0,0262\,(85,0 - 87,9) + 0,0185\,(82,4 + 88,0 - 91,0 - 89,7) = -0''.27$$

$$\eta_0'' = 0,0262\,(\Delta g_{12} - \Delta g_4) + 0,0185\,(\Delta g_{10} + \Delta g_{14} - \Delta g_2 - \Delta g_6) = 0,0262\,(91,0 - 92,5) + 0,0185\,(88,0 + 89,7 - 91,0 - 82,4) = +0''.04$$

11. sz. melléklet

$\xi'' = +0{,}22$
$\eta'' = -1{,}12$

Középső gyűrű (Belföld)

1:200000 Bouguer-izoanomália

$\Delta N_{\frac{1}{2}-\overline{VIII}} = +0{,}936\,589$

1,1 km – 5 0 km
5,0 km – 48,5 km
48,5 km – 102,6 km

A PONT NEVE: Ólomzug

	k / ü	1	7	9	15	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	6	10	14	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	5	11	13	ΣΣ ξ	ΣΣ η	16	8	4	12	ΣΣ ξ	ΣΣ η
	ξ	−	+	+	−			−	+	+	−			−	+	+	−			−	+				
	η	−	−	+	+			−	−	+	+			−	−	+	+					−	+		
a	I.	+31,0	+25,0	+28,0	+29,0			+32,2	+28,5	+31,0	+25,0			+52,6	+30,5	+34,0	+27,5			+31,5	+28,0	+33,0	+30,0	+476,8	0,00015
b	II	+30,0	+24,0	+25,0	+26,0			+30,5	+24,0	+30,0	+22,5			+53,0	+27,5	+34,0	+23,0			+28,5	+24,0	+26,5	+27,0	+439,5	0,00032
c	III.	+18,5	+23,0	+22,5	+18,5			+22,5	+24,0	+31,5	+18,0			+29,0	+28,0	+30,0	+18,0			+22,5	+26,5	+28,0	+20,0	+385,5	0,00033
d	IV.	+23,0	+26,0	+25,5	+18,5			+26,5	+26,0	+26,5	+14,5			+24,0	+25,0	+26,0	+12,5			+23,5	+28,5	+25,5	+20,5	+372,0	0,00044
	V.	+26,5	+18,5	+23,0	+14,5			+25,5	+18,5	+22,0	+3,0			+22,5	+24,0	+20,0	+1,5			+23,5	+26,0	+23,0	+16,5	+311,5	0,00062
	VI.	+19,5	+5,1	+14,0	+2,5			+20,0	+9,0	+24,5	−5,5			+20,0	+15,0	+12,5	+3,6			+8,5	+10,0	+22,5	+13,0	+189,2	0,00096
	VII	+6,5	+8,5	−5,5	−1,5			+18,5	−3,0	+8,0	+5,1			+17,0	+2,9	+8,0	+5,0			−5,0	−10,0	+11,0	−3,0	+62,5	0,00117
	VIII.	+3,2	+7,5	−3,5	−3,6	+8,5	−58,9	+20,0	+6,8	−2,1	∅	+20,9	−75,5	+10,0	+10,5	−7,0	+4,0	+38,7	−97,0	−3,0	∅	+4,8	−4,9	+42,7 / +3,0	0,00157 / −59,2
	Σ	+158,2	+157,6	+153,0	+103,9	0,0046	0,0019	+195,7	+155,8	+171,4	+82,6	0,0035	0,0035	+187,1	+165,4	+157,5	+95,1	0,0010	0,0046	+130,0	+135,0	+178,3	+119,1	0,0050	0,0035

ELLENŐRZÉS

ξ	η

1/VIII +6,5 (0,5)
15/VIII −4,0 (0,9)

10/VIII −2,4 (0,9)
14/VIII ∅ (0,7)

13/VIII +5,7 (0,7)

12/VIII −6,5 (0,75)
16/VIII −7,5 (0,4)

$\xi'' = -1,02$

$\eta'' = -0,90$

Középső gyűrű (Belföld)

12. sz. melléklet

$\Delta N_{I-VIII} = +1,451852$

1:200 000 Hipszometrikus

(100 m-ben)

1,1 km – 5 0 km

5,0 km – 48,5 km

48,5 km – 102,6 km

A PONT NEVE Álomzug

	k / ü	1	7	9	15	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	6	10	14	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	5	11	13	ΣΣ ξ	ΣΣ η	16	8	4	12	ΣΣ ξ	ΣΣ η
	ξ	–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+				
	η	–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+					–	+		
a	I.	4,4	2,6	2,0	4,0			4,0	2,6	2,6	3,6			4,0	3,2	2,8	3,0			4,0	2,4	4,0	3,0	52,2	0,00016
b	II.	4,4	2,4	2,0	3,2			3,8	2,4	2,4	2,8			4,2	2,8	3,0	2,0			4,0	2,8	3,6	2,6	48,4	0,00021
c	III.	4,0	3,0	2,8	3,0			3,0	2,2	3,6	2,3			3,6	3,6	2,8	2,0			4,0	3,2	3,6	2,3	49,0	0,00030
d	IV.	5,2	2,0	2,2	3,2			3,8	1,2	2,0	2,2			3,0	2,4	2,4	1,6			3,4	2,0	3,0	1,8	41,4	0,00044
	V.	4,8	1,2	2,0	1,8			4,0	1,8	1,8	1,6			2,0	1,0	2,2	1,6			3,2	1,2	2,0	1,6	33,8	0,00062
	VI.	3,0	2,4	1,2	1,4			3,8	2,4	2,0	1,5			2,0	1,3	2,0	1,8			1,6	2,0	1,7	1,4	31,5	0,00096
	VII.	1,8	2,0	1,7	1,2			3,2	2,0	1,8	1,4			1,6	1,6	2,4	1,8			1,5	1,9	1,4	2,0	29,3	0,00117
	VIII.	0,6	2,2	1,8	1,1	-13,6	-11,4	2,8	2,2	2,3	1,0	-9,5	-10,5	2,0	1,8	2,0	2,2	-1,1	-4,5	0,5	2,0	1,6	0,4	26,5 / -4,7	0,00157 / -5,8
	Σ	28,2	17,8	15,7	18,9	0,0046	0,0019	28,4	16,8	18,5	16,4	0,0035	0,0035	22,4	17,7	19,6	16,0	0,0019	0,0046	22,2	17,5	20,9	15,1	0,0050	0,0055

ELLENŐRZÉS

ξ	η''

1/VIII 1,3 (0,5)

15/VIII 1,2 (0,9)

10/VIII 2,6 (0,9)

14/VIII 1,4 (0,7)

13/VIII 3,1 (0,7)

12/VIII 2,7 (0,75)

16/VIII 1,2 (0,4)

$\xi'' = -0{,}00$
$\eta'' = -0{,}01$

Középső gyűrű (külföld)

1:1 000 000 Bouguer-izoanomália

13. sz. melléklet

$\Delta N_{I-VIII} = -0{,}003522$

1,1 km – 5 0 km
5,0 km – 48,5 km
48,5 km – 102,6 km

A PONT NEVE Álomzug

ü \ k		1	7	9	15	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	6	10	14	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	5	11	13	ΣΣ ξ	ΣΣ η	16	8	4	12	ΣΣ ξ	ΣΣ η
	ξ	–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+				
	η	–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+					–	+		
a	I.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00115
b	II.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00121
c	III.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00030
d	IV.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00044
	V.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00062
	VI.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00086
	VII	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,00117
	VIII.	+2,5	–	–	∅	–2,5	–2,5	–	–	–1,7	∅	–1,7	–1,7	–	–	–	∅	∅	∅	–3,0	–	–	∅	–2,2	0,00057
																								+3,0	∅
	Σ	+2,5	∅	∅	∅	0,0046	0,0010	∅	∅	–1,7	∅	0,0035	0,0035	∅	∅	∅	∅	0,0019	0,0026	–3,0	∅	∅	∅	0,0050	0,0005

ELLENŐRZÉS

ξ	η

1/VIII – +5,0 (0,5) 15/VIII – ∅ (0,1) 10/VIII – –17 (0,1) 13/VIII – ∅ (0,3) 16/VIII – –5 (0,6)
14/VIII – ∅ (0,3) 12/VIII – ∅ (0,25)

$\xi'' = -0{,}14$
$\eta'' = +0{,}10$

Középső gyűrű (külföld)
1:1 000 000 Hipszometrikus
(1000 láb egységben)

14. sz. melléklet

$\Delta N_{I-VIII} = +0{,}061789$

1,1 km – 5 0 km
5,0 km – 48,5 km
48,5 km – 102,6 km

A PONT NEVE Álomzug

	k / ü	1	7	9	15	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	6	10	14	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	5	11	13	ΣΣ ξ	ΣΣ η	16	8	4	12	ΣΣ ξ	ΣΣ η
	ξ	–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+				
	η	–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+					–	+		
a	I.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0015
b	II.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0021
c	III.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0023
d	IV.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0014
	V.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0022
	VI.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0036
	VII.	–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–			–	–	–	–	∅	0,0017
	VIII.	0,2	–	–	∅	-0,2	-0,2	–	–	∅	0,2	-0,2	+0,2	–	–	–	0,3	-0,3	+0,5	0,3	–	–	0,2	1,2 / -0,5	0,0057 / +0,2
	Σ	0,2	∅	∅	∅	0,0046	0,0013	∅	∅	∅	0,2	0,0035	0,0035	∅	∅	∅	0,3	0,0019	0,0016	0,3	∅	∅	0,2	0,0050	0,0055

ELLENŐRZÉS

ξ	η''

1/VIII – 0,5 (0,5)
10/VIII – 0,5 (0,1)
13/VIII – 1,0 (0,3)
16/VIII – 0,5 (0,6)
15/VIII – 0,4 (0,1)
14/VIII – 0,75 (0,3)
12/VIII – 1,0 (0,25)

A PONT NEVE Álomzug $\xi'' = +0{,}02$, $\eta'' = -1{,}05$

Külső gyűrű (belföld)

1:1 000 000 Átlag - Faye

$\Delta N_{IX-XIII} = +0{,}453901$

15. sz. melléklet

102,6 km – 305,4 km

k / i	1	11	13	23	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	10	14	22	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	9	15	21	ΣΣ ξ	ΣΣ η	4	8	16	20	ΣΣ ξ	ΣΣ η	5	7	17	19	ΣΣ ξ	ΣΣ η	24	12	6	18	ΣΣ ξ	ΣΣ η
ξ	–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+				
η	–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+					–	+		
IX.	–	+20,25	+3,56	+0,75			–	+36,28	–	+0,34			+31,79	+32,34	–	+7,93			+35,95	+21,09	+0,22	–			+15,20	+19,62	+1,80	–			–	+5,58	+16,40	+6,69	+25,79	0,00070
X	–	+4,56	–	–			–	+13,66	–	–			+38,48	+24,19	–	–			+27,67	+28,46	–	–			+13,85	+15,72	–	–			–	–0,30	+17,58	–	+18,81	0,00074
XI.	–	–	–	–			–	–	–	–			+15,51	+4,12	–	–			+23,70	+15,81	–	–			+11,39	+16,47	–	–			–	–	+16,48	–	+103,48	0,00073
XII.	–	–	–	–			–	–	–	–			+1,80	–	–	–			+35,55	+3,02	–	–			+14,79	+15,00	–	–			–	–	+15,03	–	+83,19	0,00038
XIII.	–	–	–	–			–	–	–	–			+1,92	–	–	–			+23,00	–	–	–			+13,32	+5,19	–	–			–	–	+16,72	–	+60,15	0,00025
Σ	Ø	+24,81	+3,56	+0,75	+27,62 0,0019	–20,50 0,0005	Ø	+49,94	Ø	+0,34	+49,60 0,0017	–49,60 0,0010	+89,50	+60,65	Ø	+7,93	–36,78 0,0014	–142,22 0,0014	+143,87	+68,32	+0,22	Ø	–75,35 0,0010	211,97 0,0017	+68,55	+72,00	+1,80	Ø	+5,25 0,0002	–138,75 0,0019	Ø	+5,28	+82,21	+6,69	+5,28 0,0020	–75,52 0,0020

ELLENŐRZÉS ξ'' η''

13/IX +7,92 (0,45)
23/IX +2,51 (0,3)
11/X +10,13 (0,45)

22/IX +6,89 (0,05)
10/X +21,02 (0,65)

3/IX +42,39 (0,75)
3/X +42,76 (0,9)
3/XI +31,01 (0,5)
3/XII +35,96 (0,05)
3/XIII +38,40 (0,05)
21/IX +26,44 (0,3)
9/X +26,88 (0,9)
9/XI +27,45 (0,15)

16/IX +4,40 (0,05)
4/XII +35,32 (0,95)
4/XIII +24,21 (0,95)
8/XI +28,75 (0,55)
8/XII +20,15 (0,15)

7/XIII +12,97 (0,4)
17/IX +18,02 (0,1)

12/IX +6,20 (0,9)
12/X –2,97 (0,1)
18/IX +33,47 (0,2)
6/XIII +18,58 (0,9)

$\xi'' = +0,58$
$\eta'' = -2,10$

A PONT NEVE *Alomzug*

Külső gyűrű (külföld)

1:1 000 000 Bouguer-izoanomália

$\Delta N_{IX-XIII} = -0,771808$

16. sz. melléklet

102,6 km – 305,4 km

k / i	1	11	13	23	ΣΣ ξ	ΣΣ η	2	10	14	22	ΣΣ ξ	ΣΣ η	3	9	15	21	ΣΣ ξ	ΣΣ η	4	8	16	20	ΣΣ ξ	ΣΣ η	5	7	17	19	ΣΣ ξ	ΣΣ η	24	12	6	18	ΣΣ ξ	ΣΣ η
ξ	–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+	+	–			–	+				
η	–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+			–	–	+	+					–	+		
IX	Ø	—	Ø	-7,0			Ø	—	-10,0	Ø			+5,0	—	-12,0	-7,0			—	—	-9,5	-6,0			—	—	-9,0	-10,0			-6,0	Ø	—	-6,0	-81,5	0,00070
X	-10,0	Ø	+5,0	-5,0			Ø	Ø	Ø	-8,0			+1,0	—	-10,0	-25,0			—	—	-30,0	-23,0			—	—	-5,0	-22,0			-10,0	Ø	—	-12,0	-154,0	0,00074
XI.	-15,0	+9,5	+10,0	-20,0			-10,0	+4,0	Ø	-25,0			+2,0	+9,0	-15,0	-18,0			—	+4,0	-45,0	-45,0			—	—	-20,0	-55,0			-8,0	+10,0	—	-32,0	-258,5	0,00073
XII.	-30,0	-5,0	-5,0	-25,0			-30,0	+8,0	-6,0	-8,0			Ø	+10,0	-23,0	-10,0			-0,1	+8,0	-45,0	-50,0			—	—	-40,0	-85,0			-35,0	-20,0	—	-70,0	-451,1	0,00058
XIII.	-18,0	-19,0	-25,0	-10,0			-46,0	+8,5	-14,2	+4,0			-24,0	+9,0	-40,0	-20,0			Ø	+10,0	-60,0	-53,0			—	+5,0	-55,0	-100,0			-12,0	-35,0	+1,0	-80,0	-575,7	0,00025
Σ°	-73,0	-14,5	-15,0	-67,0	+110,5 0,0019	+5,5 0,0006	-86,0	+20,5	-30,2	-37,0	+115,3 0,0017	+9,3 0,0010	-18,0	+28,0	-100,0	-80,0	+26,0 0,0004	-100,0 0,0004	-0,1	+22,0	-189,5	-177,0	+9,6 0,0010	-38,4 0,0017	Ø	+5,0	-129,0	-212,0	+148,0 0,0027	-40,0 0,0019	-71,0	-45,0	+1,0	-202,0	+20,0 0,0020	-205,0 0,0020

ELLENŐRZÉS ξ'' η''

11/X Ø (0,5)
13/IX Ø (0,5)
23/IX -10,0 (0,7)

10/X Ø (0,2)
22/IX Ø (0,95)

5/IX +10,0 (0,3)
3/X +10,0 (0,05)
3/XI +4,0 (0,5)
3/XII Ø (0,95)
3/XIII -25,0 (0,95)
9/XI +10,0 (0,9)
21/IX -10,0 (0,7)

4/XII -2,0 (0,05)
4/XIII Ø (0,05)
8/XI +10,0 (0,4)
8/XII +10,0 (0,3)
16/IX -10,0 (0,95)

7/XIII +8,0 (0,6)
17/IX -10,0 (0,9)

12/IX Ø (0,1)
12/X Ø (0,9)
6/XIII +10,0 (0,1)
18/IX -10,0 (0,8)

A PONT NEVE *Alomzug*

$\xi'' = -1,15$
$\eta'' = +3,37$

Külső gyűrű (külföld)

1:1 000 000 Hipszometrikus
(1000 löb egységben)

$\Delta N_{IX-XIII} = +1,997032$

17. sz. melléklet

102,6 km – 305,4 km

k / i	1	11	13	23	Σξ	Ση	2	10	14	22	Σξ	Ση
ξ	–	+	+	–			–	+	+	–		
η	–	–	+	+			–	–	+	+		
IX	0,5	—	0,2	0,3			0,8	—	1,0	0,4		
X	0,5	0,2	0,5	0,8			0,75	0,1	0,5	0,5		
XI	1,0	0,5	0,75	0,5			2,0	0,3	0,5	1,0		
XII	1,8	0,5	0,75	0,8			2,0	0,3	0,75	1,0		
XIII	2,6	1,1	2,2	2,0			3,0	0,4	1,5	1,7		
Σ	6,4	2,3	4,4	4,4	−4,1 0,0016	+0,1 0,0005	8,35	1,1	4,25	4,6	−7,6 −0,0031	−0,6 −0,0010

k / i	3	9	15	21	Σξ	Ση	4	8	16	20	Σξ	Ση
ξ	–	+	+	–			–	+	+	–		
η	–	–	+	+			–	–	+	+		
IX	0,1	—	0,1	0,7			—	—	0,5	1,0		
X	0,5	—	0,75	0,8			—	—	1,0	2,0		
XI	0,5	0,3	0,5	0,8			—	0,2	1,0	2,8		
XII	1,5	0,25	0,5	1,5			Ø	0,2	1,4	1,8		
XIII	2,3	0,25	2,0	2,1			Ø	0,3	2,0	1,5		
Σ	4,6	0,8	4,5	5,9	−5,2 0,0014	+5,0 0,0014	Ø	0,7	5,9	9,1	−2,5 0,0010	+14,3 0,0011

k / i	5	7	17	19	Σξ	Ση	24	12	6	18	Σξ	Ση
ξ	–	+	+	–			–	+				
η	–	–	+	+					–	+		
IX	—	—	0,9	1,0			0,4	Ø	—	0,8	9,15	0,0070
X	—	—	1,0	3,0			0,5	0,4	—	1,0	14,3	0,0074
XI	—	—	2,5	3,0			1,0	1,0	—	2,0	22,15	0,0073
XII	—	—	3,0	4,0			1,5	0,5	—	5,5	27,75	0,0058
XIII	—	0,2	2,5	3,6			1,0	[illegible]	Ø	3,0	37,25	0,0025
Σ	Ø	0,2	9,9	14,6	−4,5 0,0035	+24,3 0,0019	4,4	3,9	Ø	10,3	−0,5 0,0020	+10,3 0,0020

ELLENŐRZÉS

ξ''	η''

11/IX 0,5 (0,5)
13/IX 0,5 (0,5)
23/IX 0,5 (0,7)

10/X 0,5 (0,2)
22/X 0,5 (0,95)

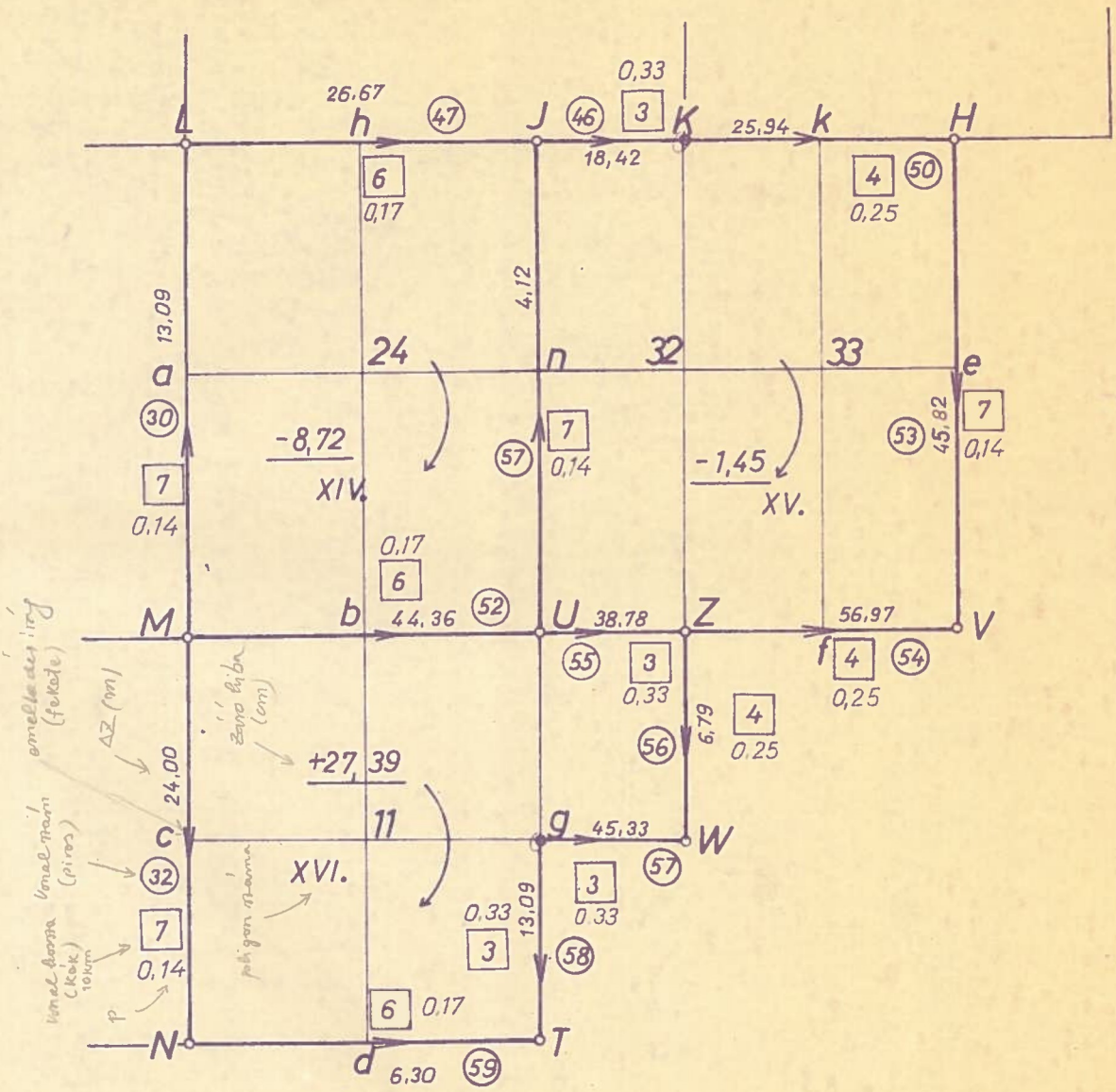
3/IX 0,5 (0,3)
3/X 0,5 (0,05)
3/XI 1,0 (0,5)
3/XII 1,8 (0,95)
3/XIII 2,4 (0,95)
9/XI 0,3 (0,9)
21/IX 1,0 (0,7)

4/XII 1,0 (0,05)
4/XIII 0,75 (0,05)
8/XI 0,4 (0,4)
8/XII 0,3 (0,8)
16/IX 0,5 (0,95)

7/XIII 0,4 (0,6)
17/IX 1,0 (0,9)

12/IX 0,5 (0,1)
12/X 0,4 (0,9)
6/XIII 0,3 (0,1)
18/IX 1,0 (0,8)

Csillagászati szintezés kiegyenlítési vázlata.



$\frac{c}{2} = 0,002\,4241$

Sor-szám	Oldal $i \to k$ (Háromszög)	$\xi_i^A + \xi_k^A$	$\eta_i^A + \eta_k^A$	$\xi_i^G + \xi_k^G$	$\eta_i^G + \eta_k^G$	$s_{i,k}$ [km]	$\alpha_{i,k}$ [°]	$\Delta\zeta^A$ (1, 2, 5, 6)	$\Delta\zeta^G$ (3, 4, 5, 6)	$\delta(\Delta N)$	$\delta(\Delta\zeta)$ (8 + 9)	$\Delta\zeta^{AG}_{i,k}$ [m] (7 + 10)
oldal		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
93	13 → 36	-7,18	-6,52	-4,39	-1,61	47,20	324 13 19	+ 0,230 339	− 0,299 805	− 0,111 433	− 0,411 238	− 0,180 899
94	12 → 36	-8,32	-3,79	-5,70	+0,83	42,24	78 27 50	+ 0,550 605	− 0,033 450	− 0,090 737	− 0,124 187	+ 0,426 418

19.melléklet

Az asztrogravimetriai szintezés számítása

/57. munkalépés/

Sorszám	A pont száma	Grav. feldolgozás	$\delta(\Delta g_P)$	4/'69 Belső-mag	(a, b, c, d)	Belső-zóna	I zóna	'74 évi technológia I–VI zónák	VII–VIII zónák	IX–XIII zónák	$\Sigma \Delta N$ C→H
Együtthatók				0,00112	0,00400	0,00512	0,00240	0,04128	0,04288	0,07200	0,156 18174 / 0,00752 169
42	Álomzug	5/'74	13,1191	–	–	–	–	+0,541556	+0,562547	+0,944575	+2,048679
43	Bubánatos	6/'75	12,7611	–	–	–	–	+0,526778	+0,547196	+0,918799	+1,992773
54	Barakktetőpe	4/'69	12,9654	0,014521	0,051862	+0,066383	+0,031117	–	–	–	+0,097500
61	Mackós	4/'69	12,9410	+0,014494	+0,051764	+0,066258	+0,031058	–	–	–	+0,097316

20. melléklet

A ΔN gravimetriai magasságok átalakítása

A magassági háromszögek sorása

Δ sorszám	A háromszög	1 Δ^{A}	2 $\sum_{l,m,n} \delta(\Delta_k)$	3 = 1 + 2 Δ^{AG}	4 (= 2) Δ^{G}
1	$6 \to 22 \to 11$	+ 0,119 588	+ 0,017 349	+ 0,136 937	+ 0,017 349
2	$11 \to 22 \to 26$	− 0,174 059	+ 0,069 843	− 0,104 216	+ 0,069 843

21. melléklet

TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
Ábrák jegyzéke	5
Mellékletek jegyzéke	6
Rövidítések	8
Bevezetés	9
Felhasznált irodalom	10
I. A geodéziai gravimetria fogalomrendszere	13
I.1. A geodéziai gravimetria feladata és módszerei	13
I.2. A geodéziai gravimetria felületei	15
I.3. A geoid meghatározó elemei	18
I.3.1. A felületek egymáshozrendelése	18
I.3.2. A függővonal-elhajlás	20
I.3.3. A geoid undulációja	24
I.4. A geoid meghatározásának geometriai módszere: a csillagászati szintezés	24
I.5. A geoid meghatározásának fizikai módszere	27
I.5.1. A gravitációs anomáliák	27
I.5.1.1. A nehézségi gyorsulás normális értéke	27
I.5.1.2. A gravitációs anomáliák fogalma és a gravitációs mérések redukálása	28
I.5.1.3. Az anomáliák képzése; a különböző anomáliák jellege	31
I.5.2. Stokes képlete	36
I.5.3. Vening Meinesz képlete	37
I.5.4. A függővonal-elhajlások interpolálása; az együttes feldolgozás elve	39
I.5.5. Az asztrogravimetriai szintezés	42

Oldal

II. A geodéziai gravimetria technológiai eljárásai 44
II.1. A gravimetriai feldolgozás alapanyagai 44
II.1.1. Gravitációs anyagok 44
II.1.1.1. Számszerű adatok 45
II.1.1.1.1. A "Gravimetriai adatlap"-ok és felhasználásuk 45
II.1.1.1.2. Az ELGI geodéziai gravimetriai munkarészei 56
II.1.1.1.3. K.Arnold Faye-anomália összeállítása 60
II.1.1.2. Anomália térképek 61
II.1.1.2.1. Belföldi anomália térképek 61
II.1.1.2.2. Külföldi anomália térképek 66
II.1.2. A domborzat kiértékeléséhez szükséges térképek 66
II.1.2.1. Belföldi hipszometrikus térképek 66
II.1.2.2. Külföldi hipszometrikus térképek 68
II.1.3. Egyéb gravimetriai alapanyagok 69
II.2. A gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek meghatározása 71
II.2.1. A "Külső zóna" feldolgozása 75
II.2.1.1. A "Középső gyűrű" feldolgozása 83
II.2.1.2. A "Külső gyűrű" feldolgozása 87
II.2.2. A "Belső zóna" feldolgozása 88
II.2.2.1. A "Belső zóna" problémája, és megoldásának módszerei 88
II.2.2.2. A térképek kiértékelése 93
II.2.3. A gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek számítása 94

Oldal

II.3. Geoid térképek készitése 98

II.3.1. Csillagászati szintezés a ξ " és η " térképeken végzett vonalintegrálással 99

II.3.1.1. A munkaképlet 99

II.3.1.2. A ξ " és η " térképek adatainak feldolgozása 101

II.3.1.3. Az undulációk számitása. A poligonrendszer együttes kiegyenlitése 104

II.3.1.4. A számitási kezdőpont felvétele 106

II.3.1.5. A poligonok közötti sűrités 108

II.3.1.6. A geoid-térkép megszerkesztése 110

II.3.1.7. Pontossági vizsgálatok 110

II.3.1.8. Gravimetriai függővonal-elhajlások beillesztése az asztrogeodéziai rendszerbe 113

II.3.2. Csillagászati szintezés ξ és η numerikus értékeivel 115

II.3.3. Az asztrogravimetriai szintezés 120

II.3.3.1. Az I.r.Geoid Magassági hálózat: GMH/I 122

II.3.3.1.1. A munkaképlet 124

II.3.3.1.2. A Δ N "Gravimetriai magasságok" 129

II.3.3.1.2.1. A Δ N gravimetriai magasságok számitása 130

II.3.3.1.2.2. A Δ N gravimetriai magasságok átalakitása 133

II.3.3.1.3. A kiegyenlités 137

II.3.3.1.3.1. A magassági háromszögek zárása. Ellenőrzések 137

II.3.3.1.3.2. A hálózati kiegyenlités módszere és végrehajtása 139

II.3.3.1.3.3. A sulyozás 141

Oldal

II.3.3.2. Az I.r.Geoid Magassági Hálózat sűritése: a GMH/II 143

II.3.3.2.1. A sűrítés alapelve 143

II.3.3.2.2. A sűrités módszere 144

II.3.3.2.3. A sűrités számitása 147

II.3.3.2.3.1. A kiegyenlités előkészitése 147

II.3.3.2.3.2. A kiegyenlités végrehajtása 148

II.3.3.3. Az Asztrogravimetriai Geoid térképe: AGRG 148

Ábrák jegyzéke

1. A Bruns-féle csillagászati szintezés alapelve
/I.4. fejezethez/

2. A Bouguer-anomália képzése
/I.5.1.3. fejezethez/

3. A normál redukció
/II.3.3. fejezet bevezetéséhez/

Mellékletek jegyzéke

1. Gravimetriai adatlap
/II.1.1.1.1. fejezethez/
2. g-pontjegyzék
/II.1.1.1.1. fejezethez/
3. Faye-anomáliák számitása
/II.1.1.1.1. fejezethez/
4. Kurt Arnold Faye-anomália összeállitása
/II.1.1.1.3. fejezethez/
5. Magyarország Bouguer-anomália térképei
/II.1.1.2.1. fejezethez/
6. A Cassinis 1930 és Helmert 1901 normál képletek közti átszámitás
/II.1.1.2.1. fejezethez/
7. Körhárfa a "Középső gyürü" feldolgozásához
/II.2.1.1. fejezethez/
8. Körhárfa a "Külső gyürü" feldolgozásához
/II.2.1.2. fejezethez/
9. Körhárfa a "Belső zóna" feldolgozásához
/II.2.2.2. fejezethez/
10. A "Belső zóna" hatásának számitása
/II.2.2.2. és II.2.3. fejezethez/
11. A "Középső gyürü" Bouguer - Belföld hatásának számitása
/II.2.1.1. és II.2.3. fejezethez/
12. A "Középső gyürü" hipszo-belföld hatásának számitása
/II.2.1.1. és II.2.3. fejezethez/
13. A "Középső gyürü" Bouguer- Külföld hatásának számitása
/II.2.1.1. és II.2.3. fejezethez/

14. A "Középső gyűrű" hipszo-külföld hatásának számitása
/II.2.1.1. és II.2.3. fejezethez/
15. A "Külső gyűrű" Átlag-Faye hatásának számitása
/II.2.1.2. és II.2.3. fejezethez/
16. A "Külső gyűrű" Bouguer-külföld hatásának számitása
/II.2.1.2. és II.2.3. fejezethez/
17. A "Külső gyűrű" hipszo-külföld hatásának számitása
/II.2.1.2. és II.2.3. fejezethez/
18. A Csillagászati szintezés kiegyenlitési vázlata
/II.3.1.3. és II.3.1.5. fejezethez/
19. Az asztrogravimetriai szintezés számitása
/II.3.3.1.1. fejezethez/
20. A Δ N gravimetriai magasságok átalakitása
/II.3.3.1.2.2. fejezethez/
21. A magassági háromszögek zárása
/II.3.3.1.3.1. fejezethez/

Rövidítések

AD:	asztrogeodéziai függővonal-elhajlás
AGEG:	asztrogeodéziai geoid
AGRG:	asztrogravimetriai geoid
AGP:	asztrogravimetriai pontok
AP:	asztropontok
BPA:	Asztronómiai Bázis Pontok
BPG:	Gravimetriai Bázis Pontok
EAPR:	Egységes Asztro- Pont Rendszer
ELGI:	Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet
GD:	gravimetriai függővonal-elhajlás
GGU:	"Útmutató a geodéziai gravimetriai munkákhoz"
GMH/I és GMH/II:	Geoid Magassági Hálózat /I. és II.rendű/
IO:	Interpoláló Rendszer
IT:	Interpolált Rendszer
Szolgálat:	Állami Földmérési Szolgálat

Bevezetés

Jelen "Utmutató a geodéziai gravimetriai munkákhoz" c. segédlet /a továbbiakban: GGU/ célja, hogy az Állami Földmérési Szolgálat /a továbbiakban: Szolgálat/felső-geodéziai munkálatai során felmerülő fizikai geodéziai /földalak-meghatározási/ feladatok gyakorlati /számszerű/ megoldásának technológiáját ismertesse.

A GGU helyes használatát illetően az alábbiakat kell szem előtt tartani:

1. Nem tankönyv, hanem a termelő munka technológiai vezérfonala, s így használata feltételezi a megfelelő felsőgeodéziai ismereteket. Az I. "A geodéziai gravimetria fogalomrendszere" c. első rész ezért csak emlékeztető jellegű összefoglalás, mely a logikai összefüggésekre helyezi a hangsulyt.

2. A GGU a Szolgálat 1962 óta végzett gyakorlati geodéziai gravimetriai munkái során kialakitott eljárásokat tárgyalja, alapvetően
   - az 1974-ben kidolgozott technológiát /a gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek meghatározását illetően/.
   - az 1976-77 években kifejlesztett asztrogravimetriai szintezés számitását /a geoid meghatározását illetően/.

3. A geodéziai gravimetriai alapanyagok közül részletesen csak azokat ismerteti, melyeket a Szolgálatnál eddig fel is használtunk; az egyéb, még rendelkezésünkre állókat csak felsorolja, utalva esetleges alkalmazhatóságuk lehetőségeire.

I r o d a l o m

A GGU összeállításánál főleg a következő szakmunkákat használtuk fel /a Bevezetés 1. pontja értelmében az Utmutató szögegében a megfelelő helyeken nem hivatkozunk az illető szakirodalmi forrásra/:

Felhasznált irodalom

1. Arbeiten aus dem Geodätischen und Kartographischen Dienst. Bd. 7. /Leipzig. 1965/
2. Biró Péter: Geoidundulációk meghatározása geometriai módszerrel. /ÉKME. Tudományos Közlményei VI/3. 1961/
3. Biró Péter: A kvázigeoidról /ÉKME. Tudományos Közlményei. VII/2. 1961/
4. Csatkai Dénes-Gazsó Miklós: A gravimetriai függővonal-elhajlások számításának alapelvei /Geodézia és Kartográfia 1966/3/
5. Csatkai Dénes-Gazsó Miklós: A gravimetriai függővonal-elhajlás számításának gyakorlati végrehajtása /Geodézia és Kartográfia 1966/4/
6. Egyed László: A Föld fizikája /Akadémiai Kiadó.1956/
7. Gazsó Miklós: Műszaki leírás az "Abszolut függővonal-elhajlás komponenseinek számítása" c. munkához /FÖMI NG. 143; kézirat/
8. Gazsó Miklós-Földváry Ágnes: A Magyarországon eddig alkalmazott abszolut függővonal-elhajlás meghatározási eljárások összehasonlító vizsgálata /262. Kutatási beszámoló FÖMI 1975/
9. Gazsó Miklós; et all.: A kvázigeoid magasságának meghatározása asztrogravimetriai szintezéssel /263. Kutatási beszámoló FÖMI. 1978/
10. Geodéziai gravimetriai feladatok háromszögelési hálózatunkkal kapcsolatban /A függővonal-elhajlás hálózat sűritése/ /ÉKME. Felsőgeodéziai Tanszék. Bp. 1965/.
11. Homoródi L.: Uj háromszögelési hálózatunk abszolut tájékoztatása /ÉKME. Tudományos Közlményei. VII/2. 1961/
12. Homoródi L.: Felsőgeodézia /Tankönyvkiadó. 1966/

13. Magnizki, W.A.-Browar,W.W.-Schimbirew, B.P.: Theorie der Figur der Erde /VERLAG für BAUWESEN. Berlin. 1964/
14. Moledenski,M.S.: Grudbegriffe der Geodätischer Gravimetrie /VERLAG TECHNIK. Berlin, 1958/
15. Osztacs, OmM.: Az asztrogravimetriai szintezés egy metodikája /FÖMI. Fordítás ETO 528.242/
16. Orlova, E.M.: Utasitás a gravimetriai függővonal-elhajlások és a kvázigeoid-undulációk számitására /CNIIGAIK. Moszkva, 1962/.
17. Sakatow, P.S.: Lehrbuch der Höheren Geodäsie /VERLAG TECHNIK. Berlin, 1957/
18. Wolf,H.: Beiträge zur Lotabweichungsausgleichung und Geoidbestimmung. I, II. /Veröffentlichungen des Instituts für Erdmessung. G. Bambert. 1949/

I. A geodéziai gravimetria fogalomrendszere

I.1. A geodéziai gravimetria feladata és módszerei

A Szolgálat gravimetriai munkálatai kettős célt szolgálnak:

a/ gravimetriai függővonal-elhajlásokat határozni meg az asztrogeodéziai függővonal-elhajlások rendszerének sűrítéséhez.

b/ meghatározni a Föld elméleti alakját előállító felületet, az asztrogravimetriai geoidot /a továbbiakban: AGRG/.

Az a./ pontban említett gravimetriai függővonal-elhajlások /a továbbiakban GD = gravimetriai deviáció/ együttal alapadatok - a csillagászati mérések és az ellipszoidi koordináták mellett - a AGRG meghatározásához is.

Az elméleti földalak, a geoid meghatározásának módszereit így csoportosíthatjuk:

1. analitikus módszer
2. szintétikus módszer

A szintétikus módszer kivitelezését illetően lehet:

2.1. Geometriai módszer
2.2. Fizikai módszer

Ad 1. A földalak matematikai elmélete, a potenciál-elmélet, karöltve a görbült felületek elméletével a differenciál-geometriával elvben módot ad a geoid analitikus meghatározásához, azaz a szintfelületek egyenletének előállításához. Ez az út azonban jelenleg mind a Föld tömegeloszlásának

nem kielégitő ismerete, mind méréstechnikai okok miatt gyakorlatilag járhatatlan.

Ad.2. A szintétikus megoldás azt jelenti, hogy a geoidot nem felülete /helyesebben az alkotó felületdarabok összessége/ egyenletének előállitásával adjuk meg, hanem egyes pontjait határozva meg, ezen pontok összességével, épp ugy, ahogy topográfiai felméréseknél a terep domborzatát. Az igy kapott térbeli ponthalmazt azután képzeletben egy folytonos felülettel burkoljuk be, s ezt lineáris interpolálással szerkesztett izovonalakkal ábrázoljuk; épp ugy, mint a domborzatot szintvonalakkal a térképészetben.

A szintétikus módszer kivitelezésében most már két utat követhetünk a geometriait és a fizikait. Mind a kettő ugyanazzal az alapvető mennyiséggel, a függővonal-elhajlással /a függővonal-elhajlások rendszerével/ oldja meg a feladatát, lényegi különbség köztük csak ezen függővonal-elhajlások előállitását illetően van.

Ad.21. A geometriai módszer kizárólag az asztrogeodéziai függővonal-elhajlásokat használja, más természetüeket még közvetve sem von bele feladatai megoldásába. Az asztrogeodéziai elhajlásokat /a továbbiakban: AD=asztro deviáció/ a csillagászati mérésekből származó földrajzi szélesség és hosszúság értékeknek a megfelelő ellipszoidi koordinátákkal való ~~egyeztetéséből kapjuk.~~
egybevetéséből

ad.2.2. A fizikai módszernél a technológiai eljárás során valamilyen formában GD-k és felhasználásra kerülnek; vagy az AD-k rendszerének sűritése céljából, vagy az AGRG meghatározására szolgáló asztrogravimetriai szintezés gravimetriai korrekciójának számításánál.

A geoid meghatározási fizikai módszere teljes általánosságában potenciál-elméleti eljárás, mellyel két azonos potenciálértékű szintfelület - az alapfelület /azaz szintellipszoid/ és a geoid egymáshoz viszonyitott távolságát vezeti be. Jelen Utmutató a gyakorlati végrehajtás szemszögéből nézi a fizikai módszert, s igy, technológiailag a GD-okból indul ki.

I.2. A geodéziai gravimetria felületei

A felsőgeodézia - s ezen belül különlegesen a geodéziai gravimetria - feladatainak megoldásakor három felület szerepel; ezek egyuttal a tudománynak fogalmi rendszerének az alapját is képezik.

Ezek:

a. a geoid
b. a szintszferoid
c. a forgási ellipszoid /földi és referencia ellipszoid/

ad a. Szintfelület a földi gravitációs térben minden olyan felület, amelynek bármely pontja egy rögzitett pontból kiindulva ugyanakkora munkával érhető el. A szintfelület érintő sikja ezen felület minden pontjában merőleges az ezen pontbeli nehézségi gyorsulás irányára; másszóval: a szintfelület normálisa annak minden pontjában a nehézségi erő vektora. Valamely,

a középtengerszint közelében lévő rögzitett ponton átmenő szintfelület a geoid.

A geoid a Föld elméleti alakja

Mivel a geoid nem analitikus felület /egyenletét zárt formulával nem tudjuk megadni/ ezért a matematikai kezelhetőség érdekében azt valamilyen alkalmas, jól közelitő, de már analitikus alakzattal kell helyettesiteni. Ez a közelitő helyettesités több lépésben történik.

ad b. Hatványsorba fejtve a nehézségi erő potenciáljának szimbólikusan /egy térfogati integrállal/ felirt alakját, az ebben a formában eddig csak kijelölt integrálásokat már el tudjuk végezni.
Aszerint, hogy ezt a sorbafejtést melyik hatvány~~ról~~nál hagyjuk abba, kapjuk a különböző rendű szintszferoidokat. A felsőgeodéziai vizsgálatokban ezek közül kettő szokott felhasználásra kerülni:
(Clairaut f.) - a Bruns-féle másodrendű szintszferoid
- Helmert negyedrendű szinszferoidja

Ezek forgásfelületek, s az utóbbi igen közel áll egy vele egyforma tengelyű, tehát ugyanolyan lapultságu forgási ellipszoidhoz /legnagyobb eltérésük a 45° szélességen adódik, 6,72 m/.

A különböző szintszferoidok a Föld elméleti alakjának első közelitései, s mint ilyenek még fizikai /munka/ felületek.

ad c. Mivel a matematikailag bonyolult felépitésü egyenletekkel jellemezhető szintszferoidok igen közel állnak az ellipszoidhoz, s elméleti vizsgálatok kimutatták, hogy a forgó folyadék egyensulyi alakja

lehet forgási ellipszoid, felsőgeodéziai munkálatainkról kizárólag ilyeneket használunk alapfelületül.

Az így nyert ellipszoidok már geometriai felületek, de ha belsejükben megfelelő tömegeloszlást veszünk fel, fizikai tartalmat is nyernek: ezek a szintellipszoidok.

Az a-c pontokban foglaltak szerint fokozatos közelítéssel, két lépésben eljutottunk a Föld valódi tömegeloszlását képviselő geoidtól a matematikailag aránylag egyszerűen kezelhető forgási ellipszoidig. Most már csak a két felület egymáshozrendelését kell elvégeznünk. Két eset lehetséges:

1. Ha a forgási ellipszoidunk kistengelye párhuzamos a Föld forgástengelyével, s geometriai középpontja egybeesik a Föld tömegközéppontjával, ugy földi ellipszoidról beszélünk, s az ellipszoid elhelyezése /tájékozása/ ilyenkor abszolut.

2. Bármely más egymáshozrendelés esetén az ellipszoid elhelyezése /tájékozása/ relativ.
A Föld alakját legjobban közelitő földi ellipszoid a Közepes Földi Ellipszoid. Geodéziai gravimetriai munkálatainknál az abszolut tájékozásu Krasszovszkij ellipszoidot tekintjük Közpses Földi Ellipszoidnak.

Mivel a felsőgeodézia geometriai módszereivel az abszolut tájékozást nem tudjuk megvalósitani, ezért a geodéziai hálózatok számitására szolgáló referencia ellipszoid mindig relativ elhelyezésü.

I.3. A geoid meghatározó elemei

I.3.1. A felületek egymáshozrendelése

A felsőgeodézia feladata végeredményben a Föld alakjának a meghatározása. Ezt a feladatot csak szintétikusan tudjuk megoldani, azaz a geoid egyes izolált pontjainak a helyzetét valamely alkalmasan választott alapfelülethez viszonyítva adjuk meg. Hogy ezt a megoldást valóban végre is tudjuk hajtani, egyértelműen egymáshoz kell rendelnünk a két szóbanforgó felületet: a meghatározandókívánt geoidot, s az alapfelületül választott vonatkozási ellipszoidot. Erre szolgálnak a különböző vetítési eljárások.

Mivel geodéziai méréseinket a terep szintjében végezzük, a fizikai földfelszinen, a hálózati számításokat pedig az így nyert adatok alapján a vonatkozási ellipszoid felszinén, a vetítési eljárások a tereppontok ellipszoidi megfelelőjének előállítását célozzák. A tereppontok és a geoidi /"tengerszinti"/ pontok egymásravonatkoztatását a geodézia magassági rendszerei végzik, s így ezek közbejöttével megoldottuk a geoid és a referencia-ellipszoid egymáshozrendelését is.

a. A Helmert-féle vetítés az a megoldás, amikor a fizikai földfelszin és a vonatkozási ellipszoid pontjait az utóbbi normálisaival rendeljük egymáshoz, azaz Helmert a tereppont ellipszoidi megfelelőjének azt a pontot tekinti, amelynek a normálisan átmegy azon a terepponton.

b. A Piretti-féle vetítés annak mintegy fordítottja. Míg Helmert az ellipszoidi pontot vetíti fel a terepszinre az ellipszoid normálisával, addig Piretti a terepponton átmenő függővonallal - - melynek érintője annak minden pontjában a nehézségi erő vektora - vetíti le a terepponton a geoidra, majd innen az ellipszoidi normálissal az ellipszoidra, s így kapja meg annak ellipszoidi megfelelőjét. A modern geodéziában kezd előtérbe kerülni ez a felfogás.

c. A Molodenszkij-féle vetítés hasonlít a Piretti-féle vetítéshez, de alapvető elvi különbség van a kettő között. Míg Piretti a terepponton a valódi nehézségi erőtér /g/ függővonalával vetíti le az ellipszoidra, addig Molodenszkij ezen két pont között a kapcsolatot a normális nehézségi erőtér (γ) függővonalával valósítja meg. /A normális nehézségi erőtér fogalmát illetően lásd 1.5.11. pont/. Óriási előnye annak a megoldásnak az, hogy mivel a normál erőteret zárt analitikus formulával definiáljuk /a nehézségi gyorsulás normális értéke/. ezért a "vetítés" /egymáshozrendelés/ feltevésmentesen, matematikailag szigorúan valósítható meg. A Piretti-féle vetítés hátránya ugyanis az, hogy a Föld belsejének tömegeloszlását nem ismerjük, s így a valódi nehézségi erőtér függővonalát csakis ezen tömegeloszlásra tett valamilyen feltevés alapján tudjuk előállítani.

Mi ebben az Útmutatóban mindig a Molodenszkij-féle vetítésből indulunk ki, s így a függővonal-elhajlás alapvető fogalmát is annak megfelelően definiáljuk a következő pontban.

I.3.2. A függővonal-elhajlás

A függővonal-elhajlás a földalak - meghatározás legfontosabb fogalma, s egyben a technológiai végrehajtás kiinduló /alap-/ adata, amennyiben geometriai, vagy csillagászati - gravimetriai módszert alkalmazunk.

A Földnek, mint minden anyagi testnek elidegenithetetlen tulajdonsága az általa kifejtett tömegvonzás, ami a Föld tengelye körüli forgása által keltett centrifugális erővel együtt eredményezi a nehézségi erőt /a nehézségi gyorsulást/. Valamely pontban helyi függőleges alatt /geometriai szemlélet/ értjük a nehézségi erő vektorát, a nehézségi gyorsulás irányát /fizikai szemlélet/. A függővonal-elhajlás most már az a szög, melyet valamely pontban a helyi függőleges és a megfelelő vonatkozási irány egymással bezár.

A vonatkozási irányok:

Helmert szerint: az az ellipszoidi normális, amivel a terepi pontot és annak ellipszoidi megfelelőjét egymáshoz rendeljük.

Pizetti szerint: az az ellipszoidi normális, amivel a geoidról az ellipszoidra vetitünk.

Mologyenszkij szerint: a normál nehézségi erőtérnek a terepi ponton átmenő függővonala /azaz a normál nehézségi gyorsulás irányu terepponban/.

Az a pont tehát, melyben a függővonal-elhajlást értelmezzük:

Helmert /és Mologyenszkij/ szerint: maga a terepponT.

Pizetti szerint: a terepponT geoidi megfelelője.

Jelen GTU-ban mindig, kivétel nélkül a Molodyenszkij-féle felfogást követjük, s így <u>függővonal-elhajláson azt a szöget értjük, melyet a fizikai földfelszín valamely pontjában - a terepponban - a nehézségi erő iránya /a helyi függőleges/ a normál nehézségi szorzulás irányával bezár.</u>

A függővonal-elhajlás azimutja tetszőleges lehet, s így az elhajlást két derékszögű összetevőjével szoktuk megadni, melyek a hagyományos jelölésekkel;

ϑ : az α azimutban lévő függővonal-elhajlás

ξ : az általános irányú ϑ függővonal-elhajlás északi-déli irányú /meridián irányú/ összetevője.

η : az általános irányú ϑ függővonal-elhajlás kelet-nyugat irányú /I vertikálisban lévő/ összetevője.

Ezek összefüggése:

$$\vartheta = \xi \cos\alpha + \eta \sin\alpha \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 1$$

A függővonal-elhajlás alábbi fajtáit különböztetjük meg:

az alkalmazott alapfelület tájékozása szerint:

1. Abszolut
2. Relativ

az előállítás módja szerint:

3. Asztrogeodéziai /AD/
4. Gravimetriai /GD/

Ad 1. Ha az az ellipszoid, amelyre a függővonal-elhajlásokat vonatkoztatjuk - amelynek a normálisaival kapcsoljuk össze a helyi függőlegesek irányát - az abszolut elhelyezésű /Közepes Földi Ellipszoid, ugy a függővonal-elhajlásokat abszolutnak mondjuk.

Ad 2. Ha az elhelyezés nem abszolut, ugy az igy tájékozott bármilyen ellipszoidra vonatkoztatott függővonal-elhajlás relativ.

Ad 3. Asztrogeodéziainak nevezzük a függővonal-elhajlást akkor, ha a csillagászati mérések /földrajzi helymeghatározások/ és az ellipszoidikus koordináták különbségeként képezzük azokat, az alábbiak szerint:

$$\xi = \varphi - \phi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2$$

$$\eta = (\lambda - L)\cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3$$

ahol:

φ : a földrajzi szélesség /mért érték/

λ : a földrajzi hosszuság /mért érték/

ϕ : az ellipszoidi szélességi /számitott hálózati érték/

L : az ellipszoidi hosszuság /számitott hálózati érték/

Az η összetevő még az azimutokból is számitható

$$\eta = /\alpha - A/ \operatorname{ctg} \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4$$

ahol:

α : a csillagászati azimut
A : az ellipszoidi /geodéziai/ azimut

Így adódik az alapvető Laplace-féle összefüggés

$$\alpha - A = /\lambda - L/ \sin \varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5$$

Mivel jelenleg geodéziai hálózataiknak nem szoktunk abszolut tájékozást adni, így az AD-ok mindig relativak, és csakis ezek ilyenek, mivel az ellipszoidikus koordináták révén csak ezek tartalmaznak hálózati információkat.

Ad 4. A gravitációs mérések eredményeiből is tudunk függővonal-elhajlásokat levezetni. Mivel minden gravitációs hatás nyilvánvalóan a Föld valódi tömegeloszlását tükrözi, és nem tartalmaz semmilyen hálózati információt, így ezek az elhajlások abszolutak, és csakis ezek ilyenek.

Amikor gravimetriai módszerekkel számitunk abszolut függővonal-elhajlásokat, elvileg az egész földfelszinen egyenletesen elosztott mérésianyagot kellene figyelembe vennünk, Erre még nincs módunk, és gyakorlatilag nincs is rá szükség. A geodéziai gravimetriai gyakorlatban a feldolgozandó pontnak mindig csak egy bizonyos meghatározott, lehatárolt környezetének gravitációs mérését dolgozzuk fel.

mérései

Az így nyert függővonal-elhajlásokat ezért gravimetriai függővonal-elhajlásoknak /GD/ nevezzük.

A szigoruan értelmezett abszolut függővonal-elhajlás a GD-től a figyelembe nem vett területek hatásában különbözik:

$$\nu = \nu_{\Sigma} + \nu_{\Sigma'} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 6$$

ahol:

ν : az abszolut függővonal-elhajlás

ν_{Σ} : a gravimetriai függővonal-elhajlás /a gravitációsan figyelembevett területek hatása/

$\nu_{\Sigma'}$: a gravitációsan figyelembe nem vett területek hatása.

Az asztrogeodéziai és gravimetriai függővonal-elhajlások összefüggései

$$\nu_{AG} = \nu_{\Sigma} + \nu_{\Sigma'} + \delta\nu \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 7$$

ahol:

$\delta\nu$: az abszolut elhelyezésü Közepes Földi Ellipszoid és a relativ elhelyezésü vonatkozási ellipszoid normálisainak irányeltérése.

A 7. egyenlet szerinti felbontás a geodéziai gravimetria legfontosabb technológiai összefüggéseinek egyike az "együttes feldolgozás elvének" kiinduló alapja.

I.3.3. A geoid undulációja

A geoid undulációja - röviden undulció - a geoid és a vonatkozási ellipszoid normális távolsága, az ellipszoid normálisa mentén mérve /ez az utóbbi kikötés a függővonal-elhajlás igen kis szögértéke miatt gyakorlatilag lényegtelen/.

Az undulció jelölése a geodéziai gravimetriában szokványosan: ζ.

A geoidnak a geodéziai gravimetriában két meghatározó eleme van: GD és ζ. Előbbi az "irányát" /görbületi viszonyait/, utóbbi térbeli elhelyezkedését reprezentálja. Az asztrogravimetriai geoid /AGRG/ meghatározása az értékek egyenletes eloszlású és kielégítően sűrű rendszerének előállítását jelenti úgy, hogy ezek meghatározásába a csillagászati mérések és az ellipszoidikus koordináták mellett bevonjuk a gravimetriai adatokat is.

A rendelkezésünkre álló mérési adatokból nem közvetlenül az undulációkat határozzuk meg, hanem közvetve, a függővonal-elhajlásokból számítjuk azokat.

I.4. A geoid meghatározásának geometriai módszere; a csillagászati szintezés

Jóllehet jelen GGU tárgya a fizikai módszer, mégis ki kell térnünk röviden a geoid-meghatározás klasszikus módszerére; részben a logikai teljesség miatt, de gyakorlati okokból is, mivel Mologyenszkij asztrogravimetriai szintezése annak az eljárásnak a korszerű továbbfejlesztése. Ez az eljárás a Bruns-féle csillagászati szintezés.

Az eljárás neve "szintezés", mivel undulláció-különbségeket - tehát magasság-különbségeket - határozunk meg, s csillagászati, mivel az AD-ból határozzuk meg azokat, de az 1 ábrából belátható, hogy olyan "trigonometriai magasságmérésről", van szó, ahol az irányvonal magassági szöge függővonal-elhajlás, aminek a tangensét a szög igen kicsi volta miatt a szög analitikus mérőszámával helyettesitjük.

Az egyes undulláció-különbségek képlete:

$$\Delta\zeta_{i,s} = -\frac{1}{2}(\nu_i + \nu_s)D_{i,s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8$$

A negativ előjel fellépése az 1. ábra alapján nyilvánvaló, a függővonal-elhajlás definiciójából következik: csillagászati mérés minusz ellipszoidi koordináta. Az ábrában igy mind ν_i, mind ν_s függővonalelhajlások értéke negativ / ξ esetén délről északra, η esetén keletről nyugatra való haladást tételezve fel/, mig a $\Delta\zeta_{i,s}$ undulláció különbség pozitiv /a geoid emelkedik az ellipszoidhoz viszonyitva/.

A gyakorlatban nem egyes undulláció-különbségeket számitunk, hanem undullációsvonalakat vezetünk /analógia: trig.mag.láncok/, igy a 8 formula összegződik:

$$\zeta_{A,B} = -\frac{1}{2}\sum_{A}^{B}(\nu_i + \nu_s)D_{i,s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9$$

Az általános irányu, α azimutban lévő függővonalelhajlás szögét a ξ észak-déli és η kelet-nyugati komponenssel, fejezve ki kapjuk a csillagászati szin-

tezés munkaképletét

$$\zeta_{A,B} = -\frac{c}{2}\sum_{i=A}^{k=B}\left[\left(\xi_i + \xi_k\right)\cos\alpha_{i,k} + \left(\eta_i + \eta_k\right)\sin\alpha_{i,k}\right]s_{i,k} \qquad 10$$

ahol c a mértékegységek választásától függő állandó.

A csillagászati szintezés ezen munkaképletéhez két megjegyzést fűzünk:

1. Az $s_{i,k}$ szakaszok végpontjain fellépő ξ_i / η_i illetve ξ_k / η_k elhajlások számtani közepét tekintjük az egész szakaszra érvényes elhajlási értéknek. Ez matematikailag azt jelenti, hogy az i és k szakaszvégpontok között a függővonal-elhajlások változását lineárisnak tételezzük fel. Ez a körülmény a természetben még közelitőleg sem áll fenn, s igy ez a közelités a hagyományos csillagászati szintezés komoly hibaforrása.
   Feloldása az "együttes feldolgozás elvéből" kiindulva Mologyenszkij asztrogravimetriai szintezésével történik.

2. A munkaképlet véges összege az alábbi vonalmenti integrál numerikus közelitése:

$$\zeta_B = -\int_A^B \nu\, ds + \zeta_A$$

Az integrál analitikus forgalmából igy két alapvető tény adódik:

2.a. A csillagászati szintezés csak undulációkülönbségeket ad / $\zeta_{A,B}$/. szükségünk van még egy kiinduló undulációértékre is / ζ_A A

integrálási állandó/.

2.b. Mivel az unduláció a függővonal-elhajlás vonalmenti integrálja, fordítva az unduláció valamely irányban vett deriváltja a függővonal-elhajlás ezen irányba vett összetevőjét szolgáltatja.

I.5. A geoid meghatározásának fizikai módszere

I.5.1. A gravitációs anomáliák

I.5.1.1. A nehézségi gyorsulás normális értéke

A Föld valódi gravitációs erőterének egyik szintfelülete a Föld elméleti alakjának tekintett geoid. Ezt a nem analitikus felületet egy analitikus forgási ellipszoiddal közelítjük geometriailag. Ennek a közelítésnek teljesen megfelelően a Föld valódi nehézségi erőterét /jele: g/ azonlitikusan a normál nehézségi erőtérrel közelítjük fizikailag /jele: γ/ Így kapjuk a nehézségi gyorsulás normális értékét.

A normális érték képletének általános alakja:

$$\gamma = \gamma_0 [1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta_1 \sin^2 2\varphi] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 11$$

ahol:

γ : a nehézségi gyorsulás normális értéke a φ szélességi parallel körön.

γ_0 : a normális érték az egyenlítőn.

β, β_1 : állandók

A β és β_1 állandók értékeit gravitációs mérésekből

vezetik le kiegyenlítéssel, ahogy a Közepes Földi Ellipszoid paramétereit is a geodéziai hálózatok kiegyenlítéséből kapjuk. Minden, a geoid közelítésére használt Közepes Földi Ellipszoidnak megfelel a nehézségi gyorsulás egy normális képlete, s hogy geodéziai gravimetriai munkáink összhangban legyenek a hálózatiakkal, ezt alapvetően szem előtt kell tartanunk. Amilyen ellipszoidot használtunk a geometriai /hálózati/ feladatok megoldásánál, az annak megfelelő normál képletet kell alkalmazni a fizikai /gravimetriai/ munkáltokról.
Így a Krasznovszkij ellipszoidnak Helmert 1901 évi normál képlete felel meg:

$$\gamma = 978\,030\,/1+0{,}005\,302\,\sin^2\varphi - 0{,}000\,007\,\sin^2 2\varphi\,/\mathrm{mgal} \qquad \ldots\ldots\ldots\ /12/$$

Mivel a Magyar Állami Eötvös Loránd Geofizikai Intézet /a továbbiakban: ELGI/ - ahonnan az ország területére vonatkozó gravimetriai anyagot kapjuk - a Hayford ellipszoidnak megfelelő Cassinis.1930 /un. "nemzetközi"/ formulát használja, közöljük ezt is:

$$\gamma = 978\,0490\,/1+0{,}005\,2884\,\sin^2\varphi - 0{,}000\,0059\,\sin^2 2\varphi\,/ \qquad \ldots\ldots\ldots\ /13/$$

I.5.1.2. A gravitáció anomáliák fogalma és a gravitáció mérések redukálása

A Föld a valódi /elméleti/ alakját a geoidot ugy tanulmányozzuk, hogy meghatározzuk az azt közelítő felülettől, a vonatkozási ellipszoidtól mért merőleges távolságát, a geoid undulációját.

Ahogy a geoidnak gravimetriailag a valódi gravitációs térhez /g/ felel meg, s az azt közelítő Közepes Földi Ellipszoidnak a nehézségi gyorsulás normális értéke /γ/, úgy a két felület térbeli távolságát az undulációt /ζ/ fizikailag a Δg gravitációs anomália reprezentálja, a valódi és a normál tér által keltett nehézségi gyorsulások különbsége, ami így definiciószerűen:

$$\Delta g = g - \gamma \qquad \text{..... 14}$$

A gravitációs anomália /a továbbiakban: röviden: anomália/ a geodéziai gravimetria mérési anyagának tekintendő! Feladatait ezekkel oldja meg, a geodéziai gravimetria technológiai eljárásai ezen anomáliák kívánt célu feldolgozására szolgálnak.

A Δg anomáliákat definiáló képletben γ a közepes Földi Ellipszoid felületére vonatkozik, míg g a geoid felszínére. /hiszen éppen ezen két felület távolságát akarjuk meghatározni/. Gravimetriai méréseinket azonban a fizikai földfelszínen végezzük, ezért a terepen mért "g" értékeket különböző javitással kell ellátni, "át kell azokat számitani" a geoidra. Ez az eljárás a nehézségi gyorsulás redukálása.

A redukálás konkrét módszere az elérni kívánt céltól függ, attól, hogy a Föld tömegeloszlásának milyen vonatkozású gravitációs hatását tükröző anomáliákat akarunk előállitani.
A geodéziai gravimetriában három-féle redukálás /s így három-féle anomália/ jöhet szóba:

a/ Izosztatikus redukálás
b/ Faye f. redukálás
c/ Bouguer f. redukálás

ad a. Az izosztatikus redukálásnak a regionális vizsgálatoknál van jelentősége, ezért csupán megemlítjük. Ez a redukálás abból áll, hogy a terepen mért g értékeket olyannak számítjuk át, mintha azokat egy üres felépítésű, hidrosztatikus egyensulyba lévő kéreggel és felső-köpennyel biró Föld okozta volna /a Föld mélyebb részeiről ezt az állapotot eleve feltesszük/, azaz a látható domborzatot, s az izosztatikus uszás elve szerint neki megfelelő kompenzáló tömegeket számitással eltüntetjük. A γ normálérték eleve ilyen üres felépitésü hidrosztatikus egyensulyban lévő földtömegnek felelvén meg, a $\Delta g = g - \gamma$ különbség az ezen ideális állapottól való eltérést mutatja.

ad b. A g méréseinket általában nem a geoiden - azaz gyakorlatilag a tengerszinten - végezzük, hanem a-felett valamilyen h magasságban. A Faye-féle redukálás célja, hogy azzal a mért nehézségi gyorsulásokat a tengerszintre számitsuk át.

A Faye-redukció képlete:

$$\delta g_F = +0{,}3086\ h\ [m]_{[mgal]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 15$$

ahol:

h = az észlelési hely magassága méterben.

A Faye-redukció mindig pozitiv, mivel ezzel a redukálással a mérés helyét közelebb hoztuk a Föld középpontjához, tehát a tömegvonzást növeltük.

Említik még szabadlevegő-redukció /német: Freiluftangol: free-air/ néven is, mert ennél a redukálásnál azt tételeztük fel, hogy a g-állásponl és a tengerszint között nincsenek vonzó tömegek.

ad c. A Bouguer-féle redukció éppen a terepszint és a tengerszint közötti tömegek gravitációs hatását fejezi ki. Magának a Bouguer-féle redukciónak a képlete /a "Bouguer-hatás"/ egy h vastagságú, δ sűrűségű végtelen vízszintes kiterjedésű anyagi lemez tömegvonzását adja meg a lemez felső lapjának valamely pontjában:

$$\delta g_B = -0{,}0419\, \delta\, h\,[m]\,[mgal] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16$$

ahol:

h: a lemez vastagsága méterben

δ: az anyagi lemez sűrűsége, gcm^{-3} vagy tm^{-3}.

A negatív előjel most már magából a Bouguer-féle redukálásból következik, mert ha a δg_B-t a terep szintjén mért g értékkel előjelhelyesen összevonjuk, ezzel ezt a mért értéket csökkentjük a mérés helye és a tengerszint közt lévő végtelen kőzetlap vonzásával, azt gondolatban /számítással/ eltávolítjuk. Tehát: a Bouguer-redukció mindig negatív.

I.5.1.3. Az anomáliák képzése: a különböző anomáliák jellege

A terep szintjében /a fizikai földfelszinen/ mért g nehézségi gyorsulások megfelelő redukálása után már képezni tudjuk az illető redukálásnak megfelelő anomáliát.
Az anomália fogalmát definiáló

$$\Delta g = g - \gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14$$

képletet megismételve láthatjuk, hogy az anomáliaképzés a mért /és megfelelően redukált/ valódi nehézségi gyorsulásnak a normál értékkel való összehasonlításából áll.

A Szolgálat geodéziai gravimetriai feladatait kétféle anomália-alapanyaggal oldja meg:

a. Faye anomáliák
b. Bouguer anomáliák

ad a. A Faye-anomáliák

Definiáló képlete:

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma$$

$$= g + 0{,}3086\ h - \gamma \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 17$$

ahol:

g: a terepszinten mért nehézségi gyorsulás mgal egységben
h: az észlelési hely tengerszint feletti magassága m egységben.

Mivel a képzésére szolgáló redukálásban csak a h tengerszint feletti magasság szerepel, azaz egy pusztán geometriai jellegű mennyiség, ellenben nem a σ sűrűség, sem bármely egyéb fizikai jellegű mennyiség nem lép fel, a Faye-ano-

mália minden módositás nélkül tartalmazza a gravimetriai mérési anyagban lévő összes földfizikai információt.

Jól mutatja ezen alapvető geodéziai anomália jellegét a 17 egy azonos átrendezése

$$\Delta g_p = g - /\gamma - \delta g_p/$$

$$= g - /\gamma - 0,3086\ h/ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 18$$

Ezzerint a Faye-anomália értelmezhető ugy is, hogy a γ normál-rtéket visszük fel a mérés függőlegesében a terepszint közelébe, attól éppen az undulció értékével lejebb, s ott végezzük az összehasonlitást, az anomália-képzést. Ez a szemlélet felel meg a Molgyenszkij-féle koncepciónak, hogy a Föld alakjának az elméletében csak a fizikai földfelszinen mért, át nem alakitott értékeket szabad felhasználni, mivel csak ezek feltevésmentesek.

Csupán a Faye-anomália az a geodéziai gravimetria kiinduló információ, mely mentes a Föld tömegeloszlására tett bármely feltevéstől.

ad b. A Bouguer-anomáliákat a terepen mért g nehézségi gyorsulások több lépésben történő átalakitásával nyerjük.
Definiáló képlete:

$$\Delta g_B = /g + \delta g_t + \delta g_B + g_p/ - \gamma$$

$$= /g - 0,0419\,\sigma h + 0,3086\ h + \delta g_t - \gamma \quad \ldots\ 19$$

ahol:

g = a terepszinten mért nehézségi gyorsulás mgal egységben.

h: az észlelési hely tengerszint feletti magassága m egységben

σ: a fizikai földfelszin és a tengerszint között lévő tömegek átlagsűrüsége.

A Bouguer-anomália képzésének menete /2. ábra/:

δg_t : a terephatás /2. ábra b./

Mivel maga a Bouguer-redukció egy végtelen sik kőzetlap gravitációs hatását jelenti, a fizikai földfelszin pedig nem ilyen, igy azt olyanná kell alakitani, ami már lehetővé teszi a Bouguer-redukció alkalmazását.

Röviden: a terep domborzatát számitás utján ugy kell eltüntetni, hogy a graviméter-állásponton átmenő vizszintes sik fölött lévő összes tömegeket eltávolitjuk, az ezen sik alatt lévő üres tereket pedig kitöltjük.

Ez számszerüen azt jelenti, hogy a g mérési eredményt összevonjuk a δg_t terephatással, amelyet diagram vagy táblázat segitségével állapitanak meg.

A δg_t terephatás mindig pozitiv előjelü mennyiség, mivel /lásd 2. ábra b./ az α jelü tömegek eltávolitása felfelé ható tömegvonzás megszüntetését jelenti, a β jelüek odavitele pedig ujabb vonzó tömegek fellépésével azonos, s igy mindkét esetben növeltük az észlelési helyen a tömegvonzást.

δg_B : a Bouguer-redukció ami

$$\delta g_B = -0{,}0419\,\sigma h \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 16$$

A δg_t terephatás figyelembevételével a P graviméter észlelési pont környezetében a domborzati egyenetlenségeket eltüntettük, s igy már egy h vas-

tagságu, σ sűrűségű végtelen kőzetlap helyezkedik el a P pont és a tengerszint között. A δg_B Bouger-redukcióval most ezt is eltávolitjuk, azaz a /g + δg_t/ értéket előjelhelyesen összevonjuk, δg_B-vel, /2.ábra c./ A δg_B Bouguer-redukció értelemszerűen mindig negativ.

δg_F: a Faye-redukció alkalmazásával a /g + δg_t + δg_B/ értéket a tenger szintjére redukáljuk. /2.ábra.d./

Ezen 3 lépés végrehajtása után / δg_t, δg_B, δg_F/ már képezhető a γ normálérték levonásával a Bouguer-anomália /2. ábra.e./

A Bouguer-anomália jellege nyilvánvaló lesz, ha következetesen végiggondoljuk képzésének folyamatát: a terep "elsimitásával" / δg_t/, az álláspont és a tengerszint közti tömegek eltávolitásával / δg_B/, s végül az észlelés helyének a tengerszintrenvaló átvitelével / δg_F/ elértük, hogy az igy redukált mérési eredményben /g + δg_t + δg_B + δg_F/ már csak a geoid /tengerszint/ alatti tömegek hatása szerepel.

A Bouguer-anomáliák eloszlása igy sokkal egyenletesebb - grafikus ábrázolás esetében az izovonalak lefutása sokkal simább - mint a tengerszint feletti domborzat hatását is tartalmazó Faye-anomáliáké. Az a tulajdonság adja a Bouguer-anomáliák geodéziai gravimetriai alkalmazhatóságát, mivel kiegyenlitettebb viselkedésük lehetővé teszi a lineáris interpolálást.

A Bouguer-anomália igazi jelentősége a geofizikai kutatásban van. Mivel ezen anomália képzésekor eltávolitettuk a tengerszint feletti /látható/ topográfiai /domborzati/ tömegek hatását, az már csak a geoid

alatti tömegeloszlás szabálytalanságait tükrözi, s igy kiválóan alkalmas geológiai /tektonikai/ szerkezetek felderitésére.

A fizikai földfelszin domborzatának hatását is tartalmazó Faye-anomália ezen valódi földfelszint "kisimitottan" követő gedd vizsgálatára alkalmas, azaz geodéziai célokra.

I.5.2. Stokes képlete

Mind az elméleti vonatkozásu fizikai geodézia, mind a gyakorlati szemléletü geodéziai gravimetria alapvető összefüggése Stokes G.G. 1849-ben publikált képlete az undulació meghatározására.

$$\zeta = \frac{1}{4\pi\gamma R}\int_S \Delta g\, S(\psi)\, d\sigma \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 20$$

ahol:

Δg: a gravitációs anomália

R : az ellipszoidot helyettesitő, vele egyenlő térfogatu gömb sugara.

γ : a nehézségi gyorsulás átlagos értéke a Föld felszinén

ψ : a $d\sigma$ felületelem gömbi távolsága a vizsgált ponttól /melyben az undulációt meg akarjuk határozni/.

$S(\psi)$: a Stokes-féle függvény.

Az integrálás kiterjesztendő az egész Föld felszinére:

A képlet alkalmazásának feltételei:

a. A gedd olyan szintfelület, mely a Föld egész tömegét magába zárja; rajta kivül tömegek nincsenek.

b. A g gyorsulásértékek a geoidra vonatkoznak.

c. A g gyorsulást az egész Föld felületén ismerjük.

Az a. és b. feltételt - ami a dolgok természetéből adódó elvi - a gravitációs mérések redukálásával igyekszünk kielégiteni, mig a c. feltétel teljesitése gyakorlati, s még mindig igen egyenetlen a Föld gravitációs felmértsége.

Stokes képletét nem használjuk közvetlenül a ζ undulációk meghatározására, mivel a vele elérhető pontosság igen érzékeny a feldolgozásba bevont gravimetriai anyag teljességére; kielégitő eredmény eléréséhez gyakorlatilag az egész földfelületről szükségünk lenne az anomáliákra, amelyek ha rendelkezésünkre is állnának, feldolgozásuk rendkivül nagy munkát jelentene. Igy az alapvető Stokes formulát a geodéziai gravimetriában közvetve hasznositjuk, a belőle levezetett Vening Meinesz képleten keresztül. Ezért nem térünk ki itt az alapvető elvi kérdésre: <u>milyen anomáliákat kell használni a Stokes képletben?</u>

I.5.3. Vening-Meinesz képlete

A geodéziai gravimetria technológiai eljárásai közvetve vagy közvetlenül a Stokes formula irány szerinti differenciálásával nyerhető Vening Meinesz képlet numerikus kiértékelésén alapulnak.

$$\left.\begin{matrix}\xi'' \\ \eta''\end{matrix}\right\} = \frac{\rho''}{2\pi\gamma}\int_S \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi}\sin\psi \begin{matrix}\cos\alpha \\ \sin\alpha\end{matrix} d\psi\, d\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21$$

Elvileg azt a felületi integrált is ki kell terjeszteni az egész Föld felszinére, akárcsak a Stokes formulában szereplőt, de a jelen Vening Meinesz képlet sokkal kevésbé érzékeny lévén az integrálási tartományra, numerikus kiértékelésekor a kivánt pontosság betartása mellett is beérhetjük a vizsgált pontpár száz kilométeres környezete anomáliáinak figyelembevételével. Éppen ez adja nagy gyakorlati jelentőségét.

Az egész Földre kiterjesztett Vening Meinesz integrál tehát abszolut, a vizsgált pont körül egy lehatárolt tartományban /véges összeggel, numerikusan/ feldolgozott, pedig gravimetriai - GD - függővonal-elhajlásokat szolgáltat.

A fizikai geodézia - s igy ezen belül a geodéziai gravimetria - központi kérdése: milyen anomáliákat kell Δg alatt érteni a Stokes, s igy az abból levezetett Vening Meinesz képletekben.

Sokoldalu vizsgálatok, a hosszan tartó viták után elméletileg is megnyugtatóan eldöntött kérdés, hogy ezekben az integrálásban a Δg szimbólum mindig Faye-anomáliákat jelent.

Bouguer-anomáliákat a geodéziai gravimetriában csak az un. "közvetett interpoláció"-nál használunk.

Ez a következőket jelenti:

- Bouguer-anomáliák képzésével, számitásával eltávolitjuk a geoid /tengerszint/ feletti tömegeket.
- Az igy kapott, most már "kisimitott" anomáliákat már lineáris interpolálással feldolgozzuk /izovonalas anomália térképek/.

- Az anomáliák feldolgozása után topográfiai térképek alapján kiértékeljük a geoid feletti tömegek hatását is /a topográfiai tömegek által előidézett függővonal-elhajlást is/, s ezt összevonjuk a Bouguer-anomáliákról levezetettekkel.

I.5.4. A függővonal-elhajlások interpolálása az együttes feldolgozás elve

Az együttes feldolgozás elve azt jelenti, hogy a csillagászati mérések eredményei és a gravitációs anomáliákból nyerhető információk komplex kiértékelésével oldjuk fel a geodéziai gravimetriai technológiák azon hibáit, melyek a függővonal-elhajlások lineáris változására tett indokolatlan feltevésből származnak.

Az elv és módszer az asztrogeodéziai függővonal-elhajlások /AD/ gravimetriaiak /GD/ segítségével történő sűrítésének eljárásból alakult ki.
Legyen a Föld felszinén három tartomány: δ, Σ, Σ' melyek közül:

Σ : tartományban kielégitő sűrűségű gravitációs mérések alapján ismerjük a Δg anomáliákat. /"gravimetriai tartomány"/.

Σ' : a Föld felszinének a Σ tartományon kivüli része.

δ : a Σ gravimetriai tartománynak az a résztartománya, melyben csillagászati mérések is vannak, s éppen ezeket akarjuk interpolálással sűriteni /"csillagászati tartomány"/.

Az A.3.2. fejezet 7. képlete /az ottani jelöléssel/

$$\nu_{AG} = \nu_{\Sigma} + \nu_{\Sigma}' + \delta\nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7$$

A ν_{AG} asztrogeodéziai függővonal-elhajlások nem lineárisan változnak, még közelitőleg sem, a ν_{Σ} gravimetriai elhajlások szintugy, de a kettőjük különbségéről ezt már jogosan feltehetjük, gravimetriai munkálatainknak a teljes földfelszinhez viszonyitott szük környezetében a gravimetriai feldolgozás sugarától függően /σ és Σ aránya/.

$$\nu_{AG} - \nu_{\Sigma} = \nu_{\Sigma}' + \delta\nu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22$$

A jobboldali összeg tagjait nem ismerjük, hiszen:

ν_{Σ}' : a gravimetriailag figyelembe nem vett területek hatása a függővonal-elhajlásban.

$\delta\nu$: a relativ tájékozásu vonatkozási ellipszoid és az abszolut tájékozású Közepes Földi Ellipszoid normálisainak különbsége.

Ellenben ismert a baloldali különbség mindkét tagja, hiszen:

ν_{AG} : a geodéziai hálózatból nyerhető AD

ν_{Σ} : a geodéziai gravimetriai feldolgozásból nyerhető GD.

A σ tartományban lévő geodéziai alappontok két csoportba oszthatók:

- <u>interpoláló pontok</u>, melyeken csillagászati méréseket is végeztünk, és a gravimetriai függővonal-elhajlásokat is meghatároztuk. Ezeken a pontokon képezhető a

$$\Delta\nu = \nu_{AG} - \nu_{\Sigma} \quad \text{különbség} \quad \ldots\ldots \quad 23$$

- Interpolált pontok, melyeken nem végeztünk csillagászati méréseket /éppen ezért akarjuk interpolálással meghatározni az AD értékeket/, csak a GD összetevők állnak rendelkezésünkre.

Az interpoláló pontokon képezhető $\Delta\nu$ értékekből numerikusan is előállíthatjuk a

$$\Delta\nu = a\varphi + b\lambda + c \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24$$

lineáris egyenletet

ahol: φ , λ : ellipszoidi koordináták /lehet közelítő is/

a, b, c : kiegyenlítéssel levezetett együtthatók.

A gyakorlatban grafikus eljáráshoz folyamodunk, s megszerkesztjük az általános irányu $\Delta\nu$ értékek és $\Delta\xi/\Delta\eta$ összetevőinek izovonalas térképét /lineáris interpolálás!/ s azokról vesszük le az interpolált pontok helyére vonatkozó különbségeket, melyekkel most már:

$$\nu_{AG}^{int} = \nu_{\Sigma} + \Delta\nu \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 25$$

a 23. alapján, vagy numerikus megoldás esetén:

$$\nu_{AG}^{int} = \nu_{\Sigma} + a\varphi + b\lambda + c$$

a 23. és 24. alapján.

Összefoglalva: az együttes feldolgozás elve azt jelenti, hogy külön-külön nem a ν_{AG} asztrogeodéziai függővonal-elhajlások, sem a ν_{Σ} gravimetriai függővonalelhajlások változása nem lineáris, de a különbségüké /"együtt" kezelve azokat/ már igen.

I.5.5. Asztrogravimetriai szintezés

A Bruns-féle hagyományos csillagászati szintezés képletének levezetésénél feltételeztük, hogy a függővonal-elhajlások változása lineáris, jóllehet tudjuk, hogy ez még közelitően sem áll fenn, de a formálisan kijelölt integrálást csak igy tudjuk elvégezni.

Az együttes feldolgozás elve viszont azt jelenti, hogy az AD és GD értékek különbsége már lineárisnak tekinthető. Ha most már ezt a tényt használjuk fel a szóbanforgó integrál megoldásánál, akkor a Bruns-féle csillagászati szintezést továbbfejlesztettük Mologyenszkij asztrogravimetriai szintezésévé. A név arra utal, hogy problémánakat - az indokolatlan lineáris hipotézis hibájának feloldását - a csillagászati és a gravimetriai adatok komplex kezelésével oldjuk meg.

A megoldás vázlata jól mutatja ezt.
/Felső indexbe irjuk az illető mennység jellegét:
AG: asztrogeodéziai
Σ, Σ' : az együttes feldolgozás 7. képlete szerint/.

A csillagászati szintezés elvi képlete:

$$\zeta_B^{AG} - \zeta_A^{AG} = \left(-\int_A^B \nu^{AG} ds + \int_A^B \nu^{\Sigma} ds\right) - \underbrace{\int_A^B \nu^{\Sigma} ds}_{(\Delta N_B - \Delta N_A)}$$

Az együttes feldolgozás elve 7. szerint:

$$\nu^{AG} = \nu^{\Sigma} + \nu^{\Sigma'} + \delta\nu$$

Az előbbi az utóbbi helyettesitésével:

$$\zeta_B^{AG} - \zeta_A^{AG} = -\int_A^B \nu^{\Sigma} ds - \int_A^B (\nu^{\Sigma'} + \delta\nu) ds$$

Tekintsük külön-külön a két integrált:

- a másodikat lineáris függvénnyel közelítve kapjuk

$$-\int_A^B (\vartheta^{\Sigma'} + \delta\vartheta)\, ds = -\frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{AG} + \vartheta_k^{AG})s_{i,k} + \frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{\Sigma} + \vartheta_k^{\Sigma})s_{i,k}$$

a jobb oldal első tagja a csillagászati szintezés 9. képlete, a második tagja formálisan ugyanaz, csak az AD helyett GD áll mindenütt

- az első integrál a ΔN "gravimetriai magasságok" bevezetésével

$$-\int_A^B \vartheta^{\Sigma} ds = \Delta N_B - \Delta N_A$$

Összesítve:

$$\zeta_B^{AG} - \zeta_A^{AG} = -\frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{AG} + \vartheta_k^{AG})s_{i,k} + \left\{\frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{\Sigma} + \vartheta_k^{\Sigma})s_{i,k} + \Delta N_B - \Delta N_A\right\}$$

A kapcsos zárójelre bevezetve a $\delta(\Delta\zeta)$ "gravimetriai korrekció" elnevezést:

$$\zeta_B^{AG} - \zeta_A^{AG} = -\frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{AG} + \vartheta_k^{AG})s_{i,k} + \delta(\Delta\zeta) \quad \ldots\ldots\ 26$$

A csillagászati szintezést tehát a gravimetriai korrekció segítségével fejlesztjük tovább asztrogravimetriai szintezéssé. Ez a korrekció részletesen kiírva:

$$\delta(\Delta\zeta) = \frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{\Sigma} + \vartheta_k^{\Sigma})s_{i,k} + \Delta N_B - \Delta N_A \quad \ldots\ldots\ 27$$

$$-\int_A^B \vartheta^{\Sigma} ds = \Delta N_B - \Delta N_A$$

$$\downarrow$$

$$\delta(\Delta\zeta) = \left\{\frac{1}{2}\sum(\vartheta_i^{\Sigma} + \vartheta_k^{\Sigma})s_{i,k} + \Delta N_B - \Delta N_A\right\}$$

II. A geodéziai gravimetria technológiai eljárásai

II.1. A gravimetriai feldolgozás alapanyagai

A geodéziai gravimetria alapanyagai így csoportosíthatók:

II.1.1. Gravitációs anyagok

II.1.1.1. Számszerű adatok

II.1.1.1.1. ~~(Az ELGI mérési jegyzőkönyvei)~~ A „Gravimetriai adatlapok" és felhasználásuk

II.1.1.1.2. Az ELGI geodéziai gravimetriai munkarészei

II.1.1.1.3. K.Arnold Faye-anomália összeállítása

II.1.1.2. Anomália térképek

II.1.1.2.1. Belföldi anomália térképek

II.1.1.2.2. Külföldi anomália térképek

II.1.2. A domborzat kiértékeléséhez szükséges térképek

II.1.2.1. Belföldi hipszometrikus térképek

II.1.2.2. Külföldi hipszometrikus térképek

II.1.3. Egyéb gravimetriai alapanyagok

II.1.1. Gravitációs anyagok

A Szolgálat jelenleg alkalmazott függővonalelhajlás meghatározó technológiája - az un. 74. évi technológia - szerint közvetlenül grafikus gravitációs munkarészeket értékelünk ki, különböző gravitációs anomália térképeket /a továbbiakban: anomália-térképek/. Ezek az anomália-térképek általában eleve rendelkezésünkre állnak /kiadott nyomatok, esetleg kéziratos szelvények formájában/ vagy kivételesen mi magunk állítunk elő ilyeneket saját céljainknak és igényeinknek megfelelően a számszerű

gravitációs mérési anyagból. Igy nem elegendő geodéziai gravimetriai feladataink megzéséhez a különböző jellegü anomália-térképeket ismerni, szükséges előzetesen tájékozódni a készitésüket szolgáló mérési anyagot illetően is. Ezeken felül a Szolgálatnak rendelkezésére állnak még bizonyos különleges gravitációs alapanyagok is; ezek egy részét esetenként már használtuk, de jórészük még nem került munkálatainknál alkalmazásra, de tervezzük azt,s igy áttekintőleg ezekkel is meg kell ismerkednünk.

Ez utóbbi anyagokat soroljuk fel az "egyéb" cimszó alatt.

Ezen szempontok szerint adódott az alapanyagok fenti csoportositása.

II.1.1.1. Számszerü adatok

II.1.1.1.1. A "Gravimetriai adatlap"-ok és felhasználásuk

Azon pontok 5,0 km sugaru környezetét, /az un. Belső zóna/ melyeken a GD-t meg akarjuk határozni, részletes, 1:50 000 méretarányu izovonalas Faye-anomália térképek alapján értékeljük ki. Mivel ezeket a térképeket mi magunk készitjük, esetenként, az ELGI graviméteres észlelési eredményei alapján, ezért ismertetjük ezt a mérési anyagot feldolgozási módjával együtt. A "Gravimetriai adatlap"-ot az 1. melléklet mutatja, s abból a következő adatokat másoljuk ki a 2. melléklet szerinti g-pontjegyzékbe:

Terephatás

közeli

távoli

Pont száma

~~Földrajzi~~

Földrajzi

szélesség
hosszúság
Tengerszint feletti magasság
Nehézségi gyorsulás

Észlelés éve.

Ezekhez az oszlopokhoz a következő megjegyzéseket fűzzük:

Terephatás

A graviméter álláspont környezetében lévő terepegyenetlenségek hatását kiszöböli ki, hogy alkalmazása után el tudjuk végezni a Bouguer-redukálást. Előjele: mindig pozitív. /A 5.1.3. és 2. ábra/. Az ELGI a terephatást - alkalmas nomogramokkal - két lépésben számítja:

Közeli

az álláspontól 100 m-ig terjedő körlemez hatása /ha a terep nem nagyon tagolt értéke néhány 10^{-2} mgal és elhanyagolható/

Távoli

a 100 m - 22 km-ig terjedő körgyűrű hatása:/dombos és hegyvidéken néhány mgal érték is lehet/.

A Szolgálat gyakorlati gravimetriai munkálatainál ezt a hatást nem vesszük figyelembe, azon meggondolásból kiindulva, hogy ezek az ~~A~~un. "topográfiai tömegek" ott voltak a gravitációs mérésnél is, legyenek ott ezen mérési eredmények feldolgozásánál is, de az ELGI-nél történő adatgyűjtéseknél mégis kiírjuk ezeket az értékeket, mivel az említésre méltó munkatöbbletet nem jelent, viszont tudományos érdekű vizsgálatoknál bármikor szükség lehet rájuk.

A terephatások mértékegysége - mint ELGI-jegyzőkönyvekben minden gravitációs mennyiségé - tizedmilligal, azaz 10^{-4} mgal.

Pont száma

A magyar gravitációs hálózat felépítésének leirása az alábbi közleményben található:

Renner János: A magyar országos gravitációs alaphálózat végleges feldolgozása. Bp. 1959.

[Geofizikai közlemények. VIII. kötet. 3. szám, 106-141 oldalak]

szerint:

I.rendű gravitációs alapállomás van 16 db: számozásuk római számokkal történt.

II.rendű gravitációs alapállomás van 493 db; Számozásuk arab számokkal történt.

Mind az 509 db alappontnál a g-értékek mgal egységben, 2 tizedesre élesen vannak megadva. A 6 db egész számból az első 3 db értéke mindig 980.

A "Gravimetriai adatlap"-okon az alappontok száma mellett fel van tüntetve rendűségük is, pl.

XIV. I. B. /azaz: I.r. bázispont/

143 II. B. /azaz:II.r. bázispont/

A graviméteres részletpontok pontszáma 1000-nél nagyobb, s a pontszám után különleges voltára utaló jelzés nincs.

Hazánkban az áttekintő és részletes graviméteres pontok számozása műszerenként 1-től kezdődik, s így előfordulhat, hogy egy teruleten akár egymás közvetlen közelében ugyanazt a pontszámot találjuk. Ezért valamely pont egyértelmű azonositásához a pontszám mellett a mérésnél használt műszer tipusát és számát is ismerni kell.

Földrajzi szélesség és hosszúság

A gravimétor-állópont földrajzi összrendezési másodpere élesen vannak megadva, s nekünk a γ normálérték számításához van szükség rájuk. A pontazonosság ellenőrzését is szolgálják, mivel a részletpontok között természetesen sok az azonos pontszámu, de ezek helyzetileg távol lévén egymástól a φ/λ értékek alapján megkülönböztethetők.

Tengerszint feletti magasság

Az ELGI minden magassági adata az Adriai-tenger szintjére vonatkozik, azaz Triesztl magasság, Mivel a Balti-tenger középszintje magasabban van az Adriainál, ezért a Triesztl magasságok számértéke 0,675 m-el nagyobb, mint a Kronstadti szintre vonatkoztatott. A Szolgálat magassági rendszere a Balti-nivóra épitett, és igy ez a szinteltérés a Faye-redukció képlete szerint 0,2 mgal-t jelent /-0,3086x0,675 = = 0,208 mgal/. Ez az eltérés a geodéziai gravimetriai technológiában minden további nélkül elhanyagolható.

Nehézségi gyorsulás

Ezek a számértékek, melyeket geodéziai feladataink megoldására használunk a "Gravimetriai adatlap" "Javitott nehézségi érték" feliratu oszlopban találhatók.

Mértékegység: 10^{-4} gal /=10^{-4} cm sec^{-2}/ = 0,1 mgal, tehát a gravimetriában szokásos miligal-egység tizede. Alappontok esetében lehet 10^{-3} gal = 1 mgal egység is. Az ELGI jegyzőkönyvben nem maga a teljes érték /g/ van feltüntetve. Gyakorlati számitási, kényelmi okokból igy jártak el:

A mért nehézségi-gyorsulás értékekből kivonták a Cassinis /1930/ normál képlet szerint a 48°00'00" szélességre számítható γ értéket s a továbbiakban ezzel számoltak, s az említett "Javított nehézségi érték" oszlopban is ez van feltüntetve, ezt irjuk ki magunknak.

Számszerűen:

$$48^\circ\ 00'\ 00'' = 980,\ 899\ 777 \text{ gal}$$
$$= 980\ 899,777 \text{ mgal}$$
$$= \underline{980\ 8997,77 \times 10^{-4} \text{ gal}}$$

Képletben:

g_m: mérés
g': kiirt érték

Gravimetriai adatlap $g' = g_m - \gamma_{48^\circ C}$

FÖMI 3 melléklet: $g_m = g' + \gamma_{48^\circ C}$

Mivel 10^{-4} gal egységben adottak a jegyzőkönyvi adatok, ez a legutóbbi /aláhuzott/ számérték kerül levonásra; bázis neve: "bűvös szám", jele az ELGI jegyzőkönyvek boritóján /első lapján/: AZ

$$\underline{AZ = 8\ 997.77 \quad 10^{-4} \text{ gal}}$$

Ez az AZ érték kék szinnel van feltüntetve.

Az ELGI 1967-óta már nem alkalmazza ezt a "kivonásos", "bűvös szám" módszert, s igy

$$\underline{AZ = 0}$$

Ez az AZ érték általában piros szinnel van feltüntetve. Ami magukat a kiirandó gyorsulás-értékeket illeti:

a/ Ha kék szinnel irt negativ számok, ugy
AZ = 8997,77
pl.: - 729,38
Ez a leggyakoribb eset.

b/ Ha piros szinnel irt pozitiv számok, ugy
AZ = 8997,77 mint az előbb, de mindig kis abszolut értékű a kiirt gyorsulás.

pl.: +27,60.

Ez az eset az ország északi részén fordulhat elő /A 48° szélesség kb. Eger-Miskolc magasságában halad/.

c/ Ha 6 db számjegyből áll a kiinduló gyorsulási érték, de a pozitiv előjel nincs kitéve AZ=0!

pl.: 8334,68

Ez az 1967 óta végzett graviméteres mérések esete, s a "Gravimetriai adatlap"-on lévő érték elé még a 980 szám értendő.

/Nagyvárosrendi tájékoztatásul: "Budapesten" a g érték:

$$g_{Bp} = 980,852 \text{ gal} = 980\ 8520,00 \times 10^{-1} \text{ mgal}$$
$$= 980\ 852,00 \times 1 \text{ mgal}$$

d/ Az I. és II. rendű gravitációs alappontok g értékeinél a $\gamma_{48°}$ értékkel való átalakitást sohasem alkalmazták, igy ezeknél mindig:

AZ=0

de a "Gravimetriai adatlap"-okon a gyorsulások oszlopába bevezetett értékeknél több eset lehet:

- lehet kékkel irva, de lehet pirossal is
- lehet 6 db számjegyből álló, de elébe lehet irva még a 980 érték is.

6 db számjegy esetén /4 db egész-szám/ a g-érték 10^{-4} gal /0,1 mgal/ egységben van adva/ míg ha a 980 is elébe van irva, ugy 10^{-3} gal /1 mgal/ egységben

pl.: 8334,68 = 980 8334,68x0,1 mgal

pl.: 980 825,50 = 980 825,50x1 mgal.

Alappontoknál biztos utmutatónk:

- a pont száma
- a nagyságrend

Észlelés éve

Gyakorlati jelentősége:

- pontazonosság: azonos pontszámok
- AZ érték /1967 után AZ80/.

Az ELGI-ben végzendő adatgyűjtés célszerű munkafolyamata ez:

- a g-értékek kigyűjtése elvileg a függővonal-elhajlási pont 5,0 km sugaru környezetében történik /un. Belsőzóna/, de a készitendő Faye-anomália térkép izovonalai megbizható - extrapolálás nélküli - szerkesztése céljából mégis egy 7,0 km sugaru környezettel dolgozunk.
- az ELGI gravitációs pontjai - mind az alappontok, mind a részletpontok - 1:50 000 méretarányu katonai térképekre vannak felrakva; vörös körrel, s ugyancsak vörössel megirt pontszámmal.
- ezért minden feldolgozandó függővonal-elhajlás pontra előre elkészitünk egy-egy pontgyűjtő-alátét. Pausz-papirra tussal felrajzoljuk:
  - a függővonal-elhajlás pontot mint középpontot
  - az északi irányt
  - egy 5,0 km sugaru belső kört
  - és 7,0 km sugaru külső kört.

A pausz jobb felső sarkában feltüntetjük még:

- a pont nevét
- a méretarányt /1:50 000/.

- a pontgyüjtő-oleátát az ELGI 1:50 000 méretarányu nyilvántartási térképére helyezve ceruzával átmásoljuk a pauszunkra a 7,0 km sugaru kör területére eső összes gravitációs pontot. Ez egyszerü munkafázis, de nagy figyelmet igényel. A vörös tussal irt számok a pausz alatt - különösen zöld erdő-felülnyomás esetén - rosszul olvashatók; a graviméter-álláspontok gyakran igen sürün vannak s igy a pontszámok megirása zsufolt. Segitségünkre van, hogy graviméteres vonalakat mértek, s igy a pontszámok sorozatokba rendeződnek. Igen gondosan kell eljárnunk, mert ha valamely graviméter-álláspontot kihagyunk /nem tüntetünk fel a pontgyüjtő-eleátán/ ez mint adat elvész számunkra.

- ezután külön papirlapon - ami csak erre szolgáló piszkozati munkarész - a már elkészült pontgyüjtő-oleáta alapján számsorrendbe szedjük a kigyüjtendő graviméter-álláspontok pontszámait. A papirlapra kiirt pontszámot a pauszon ceruzával halványan áthuzzuk.

- az igy számsorrendbe szedett pontszámokkal előirjuk az ugyancsak előre elkészitett g-pontjegyzéket, s az ennek alapján az ELGI munkatársai által kiválasztott jegyzőkönyvek adatai alapján ki is töltjük azokat. A kitöltéskor
  - minden második sorba irunk csak
  - az egyes graviméteres vonalak közt három üres sort hagyunk /a számsorrend ugrása mutatja, hogy más vonalról van már szó/.

A "Gravitációs adatlap"-okból való kimásolás előtt a f földrajzi koordináták alapján az 1:50 000 nyilvántartási térképről ellenőrizzük a graviméteres vonal /az ELGI munkatársától kapott jegyzőkönyv/ azonosságát. Az AZ értéket a g-pontjegyzék minden oldalára felírjuk, a fejrovat fölé.

Ezzel befejeződött az adatgyűjtésünk az ELGI-ben.
Két munkarész készült:
- pontgyűjtő-oldala
- g-pontjegyzék

Az így kigyűjtött g-értékekből Faye-anomáliákat számítunk Helmert-1901 normálképletével a következő módon:
- a "Faye-anomáliák számítása" c.ÜMlapra /3.melléklet/ irjuk elő, s a Földmérési Intézet HP 9810 A számítógépre készült az "Anomália számítása" c. programmal számítjuk.
- a 3 melléklet kitöltése:
  1.oszlop /Pont száma/. A g-pontjegyzék szerinti tagolásban.
  2.oszlop /g mért/
  ide írjuk a "Nehézségi gyorsulás" értékeket, a g-pontjegyzék-ből ha AZ=899.777. de már miligal egységben
  3.oszlop /g_{mgal} végleges/
  ide irjuk a "Nehézségi gyorsulás" értékeket, ha AZ=0. de már miligal egységben.
  Figyelem: A "Nehézségi gyorsulások" előjelét mindig feltüntetjük, ha az összes g-állásponton ugyanolyan is.
  4.oszlop /φ/
  csak földrajzi szélességet irjuk át, mivel a γ normálérték számításhoz csak

erre van szükségünk; mindig csak másodpercre élesen.

5.oszlop / γ mgal normálé/
kitöltetlen marad, mert a számítógép képezi Helmert 1901 évi képletével
/Megjegyzés: Az ELGI-nek van Helmert 1901 normálérték táblázata is/.

6.oszlop /Hm/
a gravimétor-álláspont tengerszint feletti magassága az Adria-felett, m-egységben, 2 tizedesre.

7.oszlop /g_m mgal/
a Faye-féle redukció; kitöltetlen marad, mert a gép számítja.

8.oszlop /g_F mgal/
a Faye-féle anomália; a gépszámítás végeredménye.

Az anomália-számítás előtt lehet - sokszor kell is - a kigyűjtött pontokat a domborzat függvényében ritkítani, mivel az ELGI különleges, nyers-anyagkutatási feladatai folytán néhol igen nagy pontsűrűséggel dolgozik, ami a mi geodéziai feldolgozásunkat csak zavarná.

Az anomália-számítás ellenőrzése:

- A g-pontjegyzék alapján összeolvasással ellenőrizzük a számítógép által kiadott munkarészben az anomália-számítás bemenő adatait, a 3 melléklet /Faye-anomáliák számítása/ 1,2,3,4,6 oszlopait.
- A számított Faye-anomáliáknak követniök kell a terep domborzatának a menetét: $g_F \sim H_m$/a 8 oszlop ú arányos a 6 oszloppal/.
- Magyarország területén a Faye-anomáliák általában

pozitivok, csak a Dráva-mentén /Ormánság/ van egy igen keskeny negativ-sáv /min.: -5,9 mgal/.
100 mgal-nál nagyobb Faye-anomália nem fordulhat elő; de ha ilyet kapunk a számitásból, elsősorban tizedespont-hibára kell gyanakodnunk.
- Durva számitási hibát okozhat a φ érték elirása, mivel ilyen esetben rossz γ normálértéket képez a számitógép; a környezetéhez szemlélettel /nagyságrendileg/ ellenőrizni kell.

Az anomália-számitás ellenőrzése után elkészitjük az 5,0 km sugaru Beleő-zóna izovonalas Faye-anomália térképét 1:50 000 méretarányban, a pontgyüjtő-oleátával azonos kialakitásu pausszra. Az izotérkép-pausszra a pontgyüjtő-oleátáról átmásoljuk a g-pontok helyét, kis körrel, de a pontszámot már nem tüntetjük fel, hanem a pontot jelző kis kör melié a számitott anomália-értéket irjuk, előjelével együtt. Ha az anomáliák előjele minden g-ponton ugyanolyan, akkor elhagyható, de a pausszon felirjuk. /pl.Minden anomália > 0/.
Az izovonalak értékköze azok sűrüségétől függ; sikvidéken 0,5 mgal, erősebb domborzat esetén 1,0 mgal a célszerü köz. Az izotérkép szerkesztőjének kell esetenként döntenie ebben a kérdésben, ugy, hogy:

- ne legyen olyan sürü az anomália-kép, hogy az a biztos áttekinthetőség rovására menjen.
- ne legyen olyan ritka, hézagos, hogy a kiértékelést bizonytalanná tegye.

Célszerü az izovonal-szerkesztés előtt a ponthelyek köreit, s a melléjük irt anomáliaértékeket már tussal, végleges formában kidolgozni, hogy a szerkesztéssel járó elkerülhetetlen radirozás ne érintse azokat.

Mivel a Faye-anomáliák lefutása követeli a domborzatot, a szerkesztésnél szemléleti segitséget nyujthat a területet ábrázoló topográfiai térkép.

II.1.1.1.2. Az ELGI geodéziai gravimetriai munkarészei

Az ELGI több különleges gravimetriai felmérést végzett a Szolgálat céljaira, melyek eredményeit egyedi munkarészekben rögzitette. Továbbá Renner János vezetésével a Duna-Tisza Köze É részén kifejezetten tudományos célzattal részletes gravimetriai kiértékelést történt; ezek eredményei geodéziai célokra is igen jól használhatók. Jelen fejezet ezeket az alapanyagokat ismerteti.

a/ A "Fekete Album".

A fekete kötésü albumban található anyagról az elejére befüzött német nyelvü müszaki leirás tájékoztat. Kelt: Bp. 1955. aug. Technische Beschreibung der zur astrogeodätischen Auswertung gegebenen gravimetrischen Dokumentation.
Az anyag két részre oszlik:

I. Gravitációs alaphálózat

16 db I.r. Bázispont. Pontszám 1-16
493 db II.r.Bázispont. Pontszám 17-509
63 db beillesztett
segédpont Pontszám 510-572
210 kiegészitőpont /a részletmérésből véve át/ 573-782

Összesen: 782 db

Az album első része ezek adatait tartalmazza, katalógusba foglalva.

II. Mérések a Laplace-pontok környezetében

A fóláncolat 17 db Laplace-pontja közül végzett graviméteres mérések adatai.

A Laplace-pontok:

- Tetenke
- Frankhegy
- Ricsóhegy
- Nagyszál
- Jobbágyihegy
- Cárhalom
- Szállástető
- Kocs
- Szöllőhegy
- Leponyahalom
- Erdőhegy
- Gurgóhegy
- Harasztos
- Bodzás
- Felsősegesd
- Ólomhegy
- Csókahegy /bátar/

Az album tartalmazza:

- pontonként külön táblázatokban a graviméteres mérések eredményeit.
- 8 db 1:500 000 Gauss-Krüger szelvényezési térképlapot.
- pontonként 1:75 000 vázlatokon a graviméterállláspontok elhelyezkedését, az előírt gyűrűs zónákkal: 0,84 km; 4,2 km; 11,2 km; 21 km.

A magasságok Nadapi-rendszerben adottak.

b/ Két "Fehér gyűjtő"

Két szabvány, fehér karton iratgyűjtőben másodpéldányban is meg van az a./ pont alatt /"Fekete album"/ felsorolt anyag.

c/ A "Barna album"

Megnevezés: "Jelentés az OPTH Földmérési Intézete megbizásából végzett 1968 évi gravitációs munkákról". Kelt: 1968.nov.

Az országos geodéziai alaphálózat további 14 db Laplace-pontja közül végzett graviméteres mérések adatai, a "Fekete-album" szerinti elrendezésben. Pontonként:

- 1: 100000 méretarányu elhelyezkedési vázlat a 0,84 km; 4,2 km; 11,2 km és 21 km körökkel
- az adatok táblázata.

A Laplace-pontok:

- Ablánc
- Balástyahalom
- Bársonyos
- Csernéd
- Gagyapáti Magashegy
- Józsefhegy
- Margita
- Meleghegy
- Ortás
- Pazsag
- Pilis
- Sárhegy

Százabószállás

- Szárhegy

Ez a "Barna album" tartalmazza ezenkivül a kéreg-

mongási szintezési hálózat alábbi részein végzett gravitációs mérések eredményeit:

- a magyar-román határ mentén: Makó, Kétegyháza, Biharkeresztes, Nyírábrány, Mátészalka, Csenger térségében,
- a Bp-Nyergesújfalu-Komárom szintezési vonal mentén.

c/ A "Zöld Gyűjtő"

Megnevezés: "Jelentés a függővonal-elhajlások feldolgozásáról Cegléd és Szolnok vidékén". Írta: Dr. Renner János. Kelt: Bp.1962.április

Mellékletek:

1. Visszintes nehézségi összetevők és egyenlő potenciálu vonalak Cegléd és Szolnok vidékén
   M = 1:50 000
2. Egyenlő potenciálu vonalak Cegléd és Szolnok vidékén
   M = 1:200 000
3. Bouguer-anomáliák izovonalai Cegléd és Szolnok vidékén
   M = 1:200 000

Az Eötvös-inga mérések görbületi adatait dolgozza fel a területen rendelkezésre állott asztrogeodéziai mérésekkel összefüggésben. Elméleti érdekű tanulmány, melynek adatai, eredményei jól felhasználhatók a geoid finomszerkezetének kutatásában.

d/ "Dabas-Cegléd-Szolnok környékének Faye-anomália térképe"

Készült a MME Felsőgeodéziai Tanszék megbízásából, kutatási célra.

M = 1:50 000
Izovonalak köze: 1 mgal
Cassinis-normálképlet
2 pl. fénymásolá térkép 1968 (?).

A 4/'69 geoid-meghatározási munkánál ezen térkép alapján lett meghatározva

- Abony
- Erdőhegy
- Szőlőhegy

pontokon a Belső-zóna függővonal-elhajlása. Részletes, vagy szabatosságu anomália-térkép; nagyon alkalmas részletes, tudományos célszatu geoid-vizsgálatokhoz.

II.1.1.1.3. K.Arnold Faye-anomália összeállítása

A kiadvány: Die Freiluftanomalien im europäischen Bereich /Vorläufige Darstellung/

von

Kurt Arnold

Veröffentlichungen des Geodätischen Instituts in Potsdam. Nr. 25.

[Akademie-Verlag.Berlin.1964]

Nagyon jól használható a kiadvány a külföldi anomália-térképek kiegészitésére /"fehér foltok" kitöltésére/, sőt még az országhatár közelében lévő függővonal-elhajlás pontok 5,0 km sugaru belső-zónája külföldre eső területének kiértékeléséhez is.

A szerző a rendelkezésre álló inhomogén gravitációs anyagot ugy tette egységessé, hogy:

- a Bouguer-anomáliákat a geodéziai gravimentriában kivánatos Faye-anomáliákká alakitotta.

- egységesen Helmert 1901 normál képletét alkalmazta.

A nemzetközi /Cassinis 1930/ normálképletről a Helmert 1901 formulára való áttérés ezzel a képlettel történt:

$$/\Delta g_F/_{Helmert} - /\Delta g_F/_{Cassinis} =$$

$$\gamma_C - \gamma_H = +19-13,3 \sin^2 \varphi + 1,1 \sin^2 2\varphi \text{ mgal}$$

ahol: φ a földrajzi szélesség.

A rendelkezésre állott gravimetriai alapanyagtól függően a kiadványban közölt átlag-anomália értékek különböző méretű foknégyszögeket reprezentálnak. Területi eloszlásukat a 4. melléklet mutatja. Az adatokat a Nemzetközi Világtérkép szelvényezésének megfelelő 1:1 000 000 lapok szerint közli. Az anomáliák megbízhatóságát nehéz megítélni, általában a kisebb területre vonatkoztatottak pontosabbak, mint a nagyobb felületelemeket reprezentálók. Tájékoztatásul:

- a 10' x 6' kompartimenteknél csak ritkán várható 1-2 mgal hiba.
- az 1° x 1° négyszögeknél ez már 5 mgal-t is elérhet, egyes esetekben 10 mgal is lehet.

II.1.1.2. Anomália térképek

II.1.1.2.1. Belföldi anomália térképek

a/ Magyarország Bouguer-anomália térképei

Hazánkban a gravitációs méréseket az ELGI végzi, mivel geofizikai /földtani szerkezetkutatási, végső-sorban nyersanyagkutatási/ célokra alapvetően a Bouguer-anomáliák szolgálnak, így gravitációs alaptérképünk

az 1:200 000 méretarányu izovonalas Bouguer-térkép.

Országunk területét 25 db nemzetközi szelvényezésü 1:200 000 méretarányu térképlap fedi, s ezek a gravitációs alapanyag szempontjából két csoportba sorolhatók /5. melléklet/.

1. Kiadott <u>szines nyomatok, 16 db</u> szelvény
2. <u>Kéziratos</u> anyag. <u>9 db</u> szelvény

<u>ad.1.</u> Eddig a következő szelvények kerültek kiadásra:

M-34-XXXII,	Salgótarján
M-34-XXXIII,	Miskolc
M-34-XXXIV,	Sátoraljaujhely
M-34-XXXV,	Vásárosnamény
L-33-VI,	Győr
L-34-I,	Tatabánya
L-34-II,	Budapest
L-34-III,	Eger
L-34-IV,	Debrecen
L-34-V,	Mátészalka
L-34-VIII,	Kecskemét
L-34-IX,	Szolnok
L-34-X,	Békéscsaba
L-34-XIV,	Kiskunhalas
L-34-XV,	Szeged
L-34-XVI,	Arad

Megnevezés:

Magyarország gravitációs térképe
200 000-es sorozat

A szines nyomatok jellemzői:

Bouguer-anomáliák

- Potsdami rendszer

- Cassinis-féle normálérték
- Adriai-tenger szintje
- $\sigma = 2{,}00$ g/cm³

Izovonalköz: 1 mgal /esetenként 0,5 mgal/.

Vastagitott izovonalak: 5 mgal többszörösei

Szinfokozat:

- pozitiv anomália-területek: sárga és barna tónusok
- negativ anomália-területek: zöld tónusok

Szinlépcső: 5 mgal többszörösei

Melléktérképek:

- Az észlelt "g" értékek izodinám vonalai az I. és II. rendü alapállomások adatai alapján
  1:750 000
- Faye-anomáliák az I. és II. rendü alapállomások adatai alapján
  1:750 000
- A térképlap szerkesztéséhez felhasznált gravitációs mérések áttekintő vázlata
  1:750 000

/Megjegyzés: I. II. r. állomások átlagos távolsága: 10-15 km/

Jellemző szelvények mentén:

- Bouguer anomáliák
- Földtani viszonyok

ad2. A Dunántulon az EIGI a régi MAORT méréseket nem tudta kielégitő pontossággal beilleszteni az uj gravitációs alaphálózatba, ezért ott 9 db szelvényről nem adott ki szines nyomatokat, hanem csak házi használatra készültek ezekről a területekről 1:50 000 ill. 1:200 000 méretarányu kéziratos Bouguer-anomália térképek. Mivel

geodéziai gravimetriai céljainkra ezek tökéletesen megfelelőek, azokat a FÖMI Fotolabor fényképészeti uton lekicsinyitette az egységes 1:200 000 méretarányra, s az eredetileg 1:50 000 méretarányuakat még fel is kasirozta a nemzetközi szelvényezés szerint.

Ezek a szelvények a következők:

L-33-V,	Sopron
L-33-XI,	Szombathely
L-33-XII,	Veszprém
L-34-VII,	Székesfehérvár /kasirozva/
L-33-XVII,	Nagykanizsa /kasirozva/
L-33-XVIII,	Kaposvár /kasirozva/
L-34-XIII,	Pécs /kasirozva/
L-33-XXIV,	Sellye
L-34-XIX,	Siklós

b/ <u>Átlag Faye-anomália térkép</u>

Megnevezés:

Magyarország Átlag Faye-anomália térképe
1:1 000 000

Jellemzői:

A nemzetközi Gauss-Krüger szelvényezés 1:25 000 méretarányu térképlapjaira adja meg a reprezentativ anomália-értékeket mgal-ban, mint területi átlagokat, tehát a térkép hálózata

$$\Delta\varphi = 5^\circ$$
$$\Delta\lambda = 7{,}5^\circ$$

Kiadás éve: <u>1968.</u> Kiadta <u>"Hivatali használatra"</u> az ELGI. Az anomália-értékek mgal-ban, <u>Cassinis-féle normál-képlettel</u> számitva.

Ez az átlag-térkép az izovonalas Bouguer-szelvények alapján készült úgy, hogy egy 15 km sugaru körben átlagolták a Bouguer-anomáliákat, s ebben a körben visszaállitották a végtelen kőzetlap gravitációs hatását is, a forditott előjelü Bouguer-redukcióval az átlagmagasság térkép felhasználásával. Természetesen a terephatást /topográfiát/ nem állitották vissza - ennek mint területi átlagnak nincs értelme - igy ezek az átlag-anomáliák egy kisimitott terepre vonatkoznak.

c/ Magyarország Faye-anomália térképe
M = 1:500 000

Kéziratos anyag. Az ELGI előző pontban ismertetett átlag Faye-anomália térképe alapján készült, úgy, hogy annak a Cassinis /1930/ nemzetközi normálképletre vonatkoztatott anomáliát átszámitottuk a Krasszovszkij-féle ellipszoidnak megfelelő Helmert 1901 évi normálképletre s az igy kapott Faye-anomáliákat a "Magyarország munkatérképe" elnevezésü kéknyomaton tüntettük fel, a nemzetközi Gauss-Krüger szelvényezés 1:25 000 méretarányu lapjainak megfelelően.

Készült: 1969. EGTV

A két normálképlet közti különbségek numerikus értékei Magyarország területe földrajzi szélességeire a 6. mellékletben találhatók, táblázatos formában.

II.1.1.2.2. Külföldi anomália térképek

A "Párizsi Anyag"

A mintegy 300 km sugaru függővonal-elhajlási kiértékelési környezetnek országunk határain tulra eső részét gravimetriailag az alábbi kiadvány alapján vesszük figyelembe:

Association Internationale de Géodésie. Bureau Gravimétrique International.
"Anomalies de Bouguer Europe-Afrique. 1967"
Méretarány: 1:10 000 000
Normálképlet: Cassinis. 1930 /un. "nemzetközi"/
Sürüség: 2,67 g cm^{-3}

Izoanomália-köz általában 10 mgal, néhol 20 mgal. Ezt az 1:10 000 000 méretarányu térképet fényképészeti uton a FÖMI Fotolabor felnagyitotta 1:1 000 000-re. Ez az un. "Párizsi Anyag".

A jövőbeni gravimetriai munkálatokról szóbajöhető ujabb kiadványok:

- 1:1 000 000 anomália-térképek
- $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ átlaganomália-térképek.

II.1.2. A domborzat kiértékeléséhez szükséges térképek

II.1.2.1. Belföldi hipszometrikus térképek

A "közvetett interpolálás módszere" szerint a tengerszint /geoid/ alatti tömegek hatását a Bouguer-anomália-térképek alapján, a tengerszint felettieket pedig topográfiai térképek alapján vesszük figyelembe. Igy gravimetriai kiértékeléseink során minden Bouguer-anomália térképhez tartozik egy megfelelő topográfiai térkép, melyet a geodéziai gravi-

metriában "hipszometrikus térképnek" is nevezünk.

a/ Magyarország hipszometrikus térképei

Az ország területét ábrázoló 1:200 000 méretarányu, nemzetközi Gauss-Krüger szelvényezésü katonai térképek. Alapszinvonalköz: 40 m, síkvidéken 20 m; erre a körülményre mindig fokozott figyelmet kell forditani, különösen különböző alapszintvonalközü szelvények csatlakozásánál.
A gravimetriai feldolgozás során "Magyarország Bouguer-anomália térképeivel" /1:200 000/ képeznek egy kiértékelési egységet.

b/ Átlagmagasság térkép

Megnevezés:

Magyarország átlagmagasságának térképe
1:1 000 000

Jellemzői:
A nemzetközi Gauss-Krüger szelvényezés 1:25 000 méretarányu térképlapjaira adja meg a reprezentativ magasság-értékeket méterben, mint területi átlagokat, tehát a térkép hálózata

$\Delta\varphi = 5'$
$\Delta\lambda = 7{,}5'$

Kiadás éve: 1967. Kiadta "Hivatali használatra" az MLGI. Ez a térkép "Magyarország Átlag Fayo-anomália térképével" /1:1 000 000/ képez egy feldolgozási egységet az MLGI-nél.
Ugyanolyan értelemben, mint nálunk a geodéziai gravimetriában: a geofizikusok alapmunkarészükből a Bouguer-anomália térképből kiindulva, azt az ezen átlagmagasság-térkép alapján figyelembe

vett topográfiai tömegek hatásával kiegészitve nyerik az Átlag Faye-anomáliákat.

A Szolgálatnál jelen átlagmagasság térkép csupán különleges kutatási célokat szolgál.

II.1.2.2. Külföldi hipszometrikus térképek

A "Légi-navigációs térkép"

Az ország határain tul lévő területek domborzati hatásának megállapitására szolgál, s igy a"Párizsi Anyag" Bouguer-anomália térképeinek a hipszometrikus kiegészitője.

Megnevezése: USA AIR FRANCE
ONC E-2
ONC E-3
F-2
F-3

szelvények.

A domborzat ábrázolása:
- hipszometrikusan is ábrázolt szintvonalas domborzat
- magassági adatok láb-egységben /1' = 0,3048 m/

Szintvonalközök:
1000 /Contours/
250 /Intermediate/
50 /Auxiliari/

Mivel a térképmű a légi-navigáció különleges céljaira készült, a vele való munka megkezdése előtt különös gondossággal tanulmányozandó mind a szöveges magyarázó rész, mind maga az ábrázolás.

/Beszerezhető: KV. Geokartográfiai Adattár/.

II.1.3. Egyéb gravimetriai alapanyagok

Ebben a pontban ismertetjük áttekintőleg a Szolgálat rendelkezésére álló azon gravimetriai alapanyagokat, melyek a 74. évi technológia alkalmazása során nem kerülnek felhasználásra, de ezen technológia bevezetése előtt már dolgoztunk velük, vagy a technológia továbbfejlesztése során szükségünk lehet reájuk.

a/ Az "Osztrák anyag"

E. Senftl 1965-ben kiadta Ausztria /Bouguer -anomália térképét, és a hozzátartozó Középmagasságok térképét.

Jellemzők:

Méretarányuk: 1:1 000 000

A Bouguer-térkép:

σ = 2,67 g cm^{-3} sűrűséggel lett számítva a Cassinis /1930/ normálképlettel /ezt a Magyarországi Mihályi-anomália-területtel való összehasonlítással állapitottuk meg, mivel magán a térképen ez nincs feltüntetve. Megerősiti ezt a sűrűségi értéket a "Boreau Gravimetrique International", Paris gravimetriai kiadványsorozatának megfelelő füzete is: N°6.19$\frac{62}{62}$-1963/

A reprezentált elemek: $\Delta\varphi$ = 10' és $\Delta\lambda$ = 10'

A Középmagasságok térképe:

A reprezentált elemek: $\Delta\varphi$ = 3' és $\Delta\lambda$ = 5'

Rendelkezésünkre áll:

- film-negativok /kicsinyitve/
- 2-2 db, 1:500 000 fotonagyitás

Ezen E.Senftl-féle alaptérképekből kiindulva a Szolgálatnál az alábbi kéziratos gravitációs térképek készültek. /pausz papirra/

- Ausztria Faye-anomália térképe

  M = 1:500 000
  Normálképlet: Helmert 1901
  /A magyar határtól számitott mintegy 500 km mélységig/

- Ausztria Bouguer-anomália térképe

  M = 1:500 000
  Normálképlet: Helmert 1901

- Ausztria Középmagasság-térképe

  M = 1:500 000

b/ A "Csehszlovák katalógus"

Megnevezés:
Katalog Gravimetrických Bodu I.A II. RADU Praha 1957

Az I. és II. r. gravimetriai pontok ezen katalógusa, tartalmazza:

- a gravimetriai adatokat
- a helyszinrajzi leirásokat
- 1:1 000 000 méretarányu pontváslatot

Jellemzői:
A tengerszint-feletti magasságok a Kronstadti nullpontra vonatkoznak /Balti rendszer/
A normálértékek mind a Helmert 1901 /felső sor/, mind a Cassinis 1930 /alsó sor/ képletre meg vannak adva.
A Bouguer-anomáliákat $\sigma = 2{,}67$ g cm^{-3} sürüséggel számitották.

Az anomáliákat mind a Helmert 1901 /felső sor/, mind a Cassinis 1930 /alsó sor/ normálképletre vonatkoztatva megadják.

A terephatást nem vették figyelembe

c/ Csehszlovákia gravimetriai térképei

c.1. Az 1:25 000 térképszelvényekre vonatkozó
- átlag Bouguer-anomáliák
- átlag Faye-anomáliák
- átlag magasságok

c.2. Bouguer izo-anomália térképek
M = 1:200 000
Izovonalköz: 2,0 mgal
piros izovonal pozitív, zöld izovonal negatív anomália

c.3. 1:200 000 kartográfiai térképek a magyar-csehszlovák államhatár Ny szakasza mentén

c.4. 1:25 000 topográfiai térképek a magyar-csehszlovák államhatár Börzsöny-hegységi /Ipoly-menti/ szakaszáról.

d/ A magyar-szovjet határ gravitációs anyaga

Bouguer-anomáliák és átlagmagasságok a magyar-szovjet határ 70 km sávjában /1:25 000 szelvényekre/

M = 1:200 000

II.2. A gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek meghatározása

A gravimetriai függővonal-elhajlások számításának alapját Vening-Meinesz képletei képezik, melyek közvetlen összefüggést állapitanak meg a gravitációs anomáliák és a függővonal-elhajlás összetevői között. Valamely ponton a gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek meghatározásához a gravitációs anomáliákat nem az egész földön, hanem csak

a vizsgált pont körül meghatározott sugaru körrel határolt területen kell ismerni és a Vening-Meinesz képletekben a felületi integrálást erre a területre kell kiterjeszteni. Ezt a lehatárolt területet Σ zónának nevezik és ennek sugarát a kitüzött feladat, valamint a rendelkezésre álló gravimetriai anyag /gravitációs anomáliák térképei/ függvényében állapitják meg.

Tehát a gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőit a következő képletek alapján határozzuk meg:

$$\xi_{gr} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_1} \Delta g \, V(\psi) \cos\alpha \, d\alpha \, d\psi$$

$$\eta_{gr} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\psi_1} \Delta g \, V(\psi) \sin\alpha \, d\alpha \, d\psi \qquad \text{.... 28}$$

ahol

Δg - Faye-anomália a futó pontban;

α - a futó pontra menő irány azimutja;

ψ - gömbi távolság a vizsgált és a futó pont között;

$V(\psi)$ - Vening-Meinesz függvény

ψ_1 - a Σ zóna sugara

A szovjet kutątók a gravimetriai függővonal-elhajlások számitási technológiájának kidolgozásánál a figyelembe veendő területrész /Σ zóna/ sugarát $\psi_1 = 10^\circ$-nak vették fel, ami 1000-1100 km-nek felel meg. A mi geodéziai gravimetriai munkálatainknál tekintettel a csillagászati pontok sűrűségére és az ország határain tuli területeken rendelkezésünkre álló gravimetriai anyag pontosságára, elegendő $\psi_1 = 2 \div 3^\circ$-ig elmenni, ami kb. 300 km-nek felel meg.

A $\psi_1 \leq 10^0$ esetben viszont a $V/\psi/$ Vening-Meinesz függvény közelitő értékét használhatjuk:

$$V_1/\psi/ = -\frac{1}{2\gamma \sin_1''} /\mathrm{Cosec}\,\frac{\psi}{2} + 3/$$

Tapasztalati uton megállapitották, hogy a $V/\psi/$ pontos értéke és $V_1/\psi/$ között a következő összefüggés áll fenn:

$$V/\psi/ - V_1/\psi/ = -0{,}0072\psi^0$$

Ennek alapján a $V/\psi/$ függvény második, pontosabb közelitésként a

$$V_2/\psi/ = V_1/\psi/ - 0{,}0072\psi^0$$

vehetjük, amely az $r = R\psi$ uj változó bevezetésével a következő alakra hozható:

$$V_2 = -/\frac{A}{r} + B + Cr/ \qquad \ldots\ 29$$

ahol

$$A = \frac{\rho'' R}{\gamma}\ ;\quad B = \frac{3\rho''}{2\gamma}\ ;\quad C = 0''{,}000\,066$$

R - a Földdel egyenlő térfogatu gömb sugara. Mivel $d\psi = \frac{dr}{R}$, az integrálási határok változtatásával és a Vening-Meinesz függvény közelitő értékének a /28/-ba helyettesitésével megkapjuk azokat a képleteket, melyek alapján kiszámitható az r_1 sugaru zóna anomáliáinak hatása a pontbeli függővonal-elhajlás összetevőire:

$$\xi''_{0-r_1} = \frac{1}{2\pi R}\int_0^{r_1}\int_0^{2\pi} \Delta g V_2 \cos\alpha \, dr \, d\alpha$$

$$\eta''_{0-r_1} = \frac{1}{2\pi R}\int_0^{r_1}\int_0^{2\pi} \Delta g V_2 \sin\alpha \, dr \, d\alpha \qquad \ldots\ldots 30$$

Mivel az integránduszban szereplő Δg függvény numerikus értékeit csak diszkrét pontokban ismerjük, így az integrálás nem végezhetőel analitikus módszerrel, hanem numerikus eljárást kell alkalmazni, azaz az integrálást helyettesiteni kell a véges kiterjedésü felületelemek hatásainak összegezésével. Az összegezendő mennyiségek mindegyikét az adott felületelemre megállapitott átlagértékével kell kifejezni. A numerikus integrálás alkalmazásakor különös nehézséget jelent a közvetlenül vizsgált pont körüli zóna hatásának figyelembevétele. Ugyanis az $r \to 0$ esetén a V_2 függvény végtelenhez tart, és a /30/ kifejezések határozatlanokká válnak. Igy a ponthoz legközelebbi területrész hatásának figyelembevételére más módszert kell alkalmazni. Ezt a területrészt "Belső zónának" nevezik és sugarát 5 km-nek fogadják el.

Az integrálási tartományt két részre osztjuk: a vizsgált pont körüli 5 km sugaru "Belső zónára". Ennek megfelelően a pontbeli gravimetriai függővonal-elhajlás komponensei:

$$\xi''_{gr} = \xi''_{0-5\,km} + \xi''_{5\,km-300\,km}$$

$$\eta''_{gr} = \eta''_{0-5\,km} + \eta''_{5\,km-300\,km}$$

A továbbiakban a $\xi''_{0-5\,km}$, $\eta''_{0-5\,km}$ és a ξ''_{5-300}, η''_{5-300} számitását különválasztva tárgyaljuk.

II.2.1. A "Külső-zóna" feldolgozása

A "Külső zóna" anomáliái által előidézett függővonal-elhajlás összetevőit az alábbi képletek numerikus kiértékelésével kapjuk meg:

$$\xi''_{r_0-r_1} = \frac{1}{2\pi R}\int_{r_0}^{r_1}\int_{0}^{2\pi} \Delta g\, V_2 \cos\alpha \, dr\, d\alpha$$

$$\eta''_{r_0-r_1} = \frac{1}{2\pi R}\int_{r_0}^{r_1}\int_{0}^{2\pi} \Delta g\, V_2 \sin\alpha \, dr\, d\alpha \qquad \ldots\ 31$$

A numerikus integrálás folyamata a következő lépésekből tevődik össze:

- az integrálási tartomány felosztása felületelemekre az integrálás összegzéssel való helyettesíthetősége végett;
- minden egyes felületelemre vonatkozó gravitációs anomáliák átlagos értékének meghatározása;
- ezek szorzása a megfelelő felületelemek anomáliáinak hatását kifejező együtthatókkal;
- a rész-szorzatok összegzése.

A feldolgozandó terület elemi részekre való bontása két lépésben történik, először a pont környezetét koncentrikus körök segítségével körgyűrű alaku zónákra, majd sugárirányu egyenesekkel szektorokra bontják.

Az így előállitott, körívek és egyenesek által határolt trapéz-szerű területelemeket kompartimentek-nek nevezik.

Az a tény, hogy a távolság növekedésével a Vening-Meinesz függvény értéke gyorsan csökken, tehát a

távolabbi zónák anomáliáinak kisebb hatása van a pontbeli függővonal-elhajlásra, lehetővé teszi a különböző távolságra lévő zónák hatásának különböző pontossággal történő figyelembevételét. Gyakorlatilag ez azt jelenti, hogy a szomszédos zónák közti sugárnövekedés nem egyenletes, hanem a ponttól való távolodással nő.

A numerikus integrálás gyakorlati végrehajtására a CNIIGAiK-ban kidolgozott technológiát követjük. Ennek megfelelően a "Külső zónát" két részre osztjuk:

az 5 km-től kb. 100 km-ig terjedő, un. "Középső gyűrűre" és
a 100 km-től kb. 300 km-ig terjedő, un. "Külső gyűrűre".

Mindkettőt felosztjuk tovb, a függővonal-elhajlásra egyenlő hatást gyakorló, koncentrikus zónára, azaz a következő feltételt állitjuk fel.

$$\int_{r_0}^{r_1} V_2\,dr = \int_{r_1}^{r_2} V_2\,dr = \int_{r_2}^{r_3} V_2\,dr = \ldots\ Const = P \quad \ldots\ldots 32$$

Behelyettesitve V_2 értékét és elvégezve az integrálást, megkapjuk:

$$\ln r_k = \ln r_{k-1} + \frac{B}{A} r_{k-1} + \frac{C}{2A} r^2_{k-1} + \frac{P}{A} - \frac{B}{A} r_k - \frac{C}{2A} r_k^2 \quad \ldots\ldots 33$$

Tehát, ha ismerjük a körgyűrű belső sugarát, akkor a körgyűrűt további zónákra bontó körök sugarai iterációs módszerrel a képlet alapján kiszámithatók.
Osszuk a "Külső" zónát sugárirányu egyenesekkel

egyenlő szektorokra, mégpedig a "Középső gyűrűt" 16-ra /tehát 22,5°-onként/, a "Külső gyűrűt" 24-re /tehát 15°-onként/.

Ezzel a "Külső zóna" anomáliai által előidézett függővonal-elhajlás összetevői az alábbi összefüggésekkel fejezhetők ki:

$$\xi''_{r_0-r_1} = \frac{\rho'' P_1}{16R} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \cos\alpha_j + \frac{\rho'' P_2}{24R} \sum_{i=m+1}^{n} \sum_{j=1}^{24} \Delta g_{ij} \cos\alpha_j$$

.... 34

$$\eta''_{r_0-r_1} = \frac{\rho'' P_1}{16R} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \sin\alpha_j + \frac{\rho'' P_2}{24R} \sum_{i=m+1}^{n} \sum_{j=1}^{24} \Delta g_{ij} \sin\alpha_j$$

ahol

Δg_{ij} - az i-dik zónához tartozó j-dik számu kompartiment átlagos anomáliaértéke;

α_j - kompartiment szimmetriavonalának azimutja

m - a "Középső gyűrű" zónáinak száma

n - a "Középső" és a "Külső" gyűrű zónáinak száma

A kettős összegezések előtt álló állandókat így vették fel:

$$\frac{\rho'' P_1}{16R} = -0{,}005''$$

$$\frac{\rho'' P_2}{24R} = -0{,}002''$$

Ezekből az összefüggésekből kiszámithatók P_1 és P_2 értékek, melyek behelyettesitésével a /33/

képletbe meghatározták a zónák sugarait. Ezeket a zónákat Jeremejev-féle zónáknak nevezik, külső sugarait a II.2.1. táblázat tartalmazza.

II.2.1.táblázat

zóna száma	zóna sugara /km/	zóna száma	zóna sugara /km/
I	7,3	IX	128,0
II	10,7	X	159,6
III	15,7	XI	198,6
IV	22,8	XII	246,7
V	33,3	XIII	305,4
VI	48,5	...	...
VII	70,6	...	...
VIII	102,6	...	...

Mint láthatják a táblázatból az első 8 zóna /5 km-102,6 km/ a "Középső gyűrűt", a IX-XIII zónák /102,6 km-305,4 km/ a "Külső gyűrűt" alkotják. Ennek figyelembevételével felírhatók a ξ''_{5-300} és η''_{5-300} összetevők számításának munkaképletei:

$$\xi''_{5-300} = -0{,}005'' \sum_{i=I}^{\overline{VIII}} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \cos\alpha_j - 0{,}002'' \sum_{i=\overline{IX}}^{\overline{XIII}} \sum_{j=1}^{24} \Delta g_{ij} \cos\alpha_j$$

... 35

$$\eta''_{5-300} = -0{,}005'' \sum_{i=I}^{\overline{VIII}} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \sin\alpha_j - 0{,}002'' \sum_{i=\overline{IX}}^{\overline{XIII}} \sum_{j=1}^{24} \Delta g_{ij} \sin\alpha_j$$

"Középső gyűrűnél" $\alpha_j = \frac{\pi j}{8}$, a "Külső gyűrűnél"

$$\alpha_j = \frac{\pi j}{12}$$

A függővonal-elhajlás összetevőinek számításához szükséges kiinduló adatokat /Δg_{ij}/ a gravitációs anomáliák térképei alapján, erre a célra szerkesztett körhárfák /paletkák/ segitségével határozzuk meg. Körhárfa /paletka/ alatt olyan nomogramot értünk, amely a gravimetriai térkép méretarányában megvalósitja a feldolgozandó terület fent leirt elemi területekre /kompartimentekre/ való felosztását.

Az ismertetett technológiához alkalmazott körhárfákat Jeremejev-féle paletkáknak nevezik. Szerkesztésük a következő módon történik: átlátszó anyagon /fólia, asztralon/ a feldolgozáshoz használt gravimetria térkép méretarányában kifejezett Jeremejev-zónák sugaraival koncentrikus köröket rajzolunk fel, majd a középponton át fektetett egyenesekkel 16, ill. 24. egyenlő részre osszuk fel a megfelelő körgyűrűket, úgy hogy az utolsó szektor /16. ill. 24./ szimmetria vonala D-É irányu legyen /lásd 7., 8., 9. mellékletet/.

Az igy szerkesztett körhárfa segitségével a numerikus integrálás abból áll, hogy a kiértékelendő térképre felrakjuk a vizsgált pontot, meghuzzuk rajta keresztül az északi irányt, majd a körhárfa középpontját a vizsgált ponttal, az É-D vonalát a térképi északi iránnyal hozzuk fedésbe. Ezután a körhárfa minden egyes beosztására /kompartimentre/ becsléssel megállapitjuk az anomáliák átlagértékét és bejegyezzük a számitási nyomtatvány megfelelő rovatába.

A Vening-Meinesz képletekben szereplő Δg gravitációs anomáliák alatt jelenleg a Faye-anomáliákat értjük, annál is inkább, mert ezek nem csak a geoid

alatti tömegrendellenességek hatását, de a geoid feletti tömegek hatását is tükrözik és így legjobban megfelelnek a mi célunknak, - a tényleges tömegállapot alapján előállitó függővonal-elhajlások meghatározásának. De a Faye-anomáliák éppen amiatt, hogy a geoid és terepszint közötti tömegek hatását is tartalmazzák, nagy mértékben függnek a pontok tengerszint feletti magasságaitól és így bonyolult képet mutatnak, különösen hegyvidéken. Ezért a Faye-anomáliák izovonalas térképeinek szerkesztése és felhasználása is eléggé nehézkes. A Bouguer-féle redukció alkalmazásával nyert Bouguer-anomáliáknak - melyek nem tartalmazzák a geoid feletti tömegek hatását - a gravimetriai pontok közti lineáris interpolálása indokoltabb, mint a Faye-anomáliáké.

Ezért a gravimetriai függővonal-elhajlások meghatározásánál is, különösen hegyvidéken, célszerü a Bouguer-anomáliák alapján történő Faye-anomáliák közvetett interpolálását végezni, azaz a Bouguer-izoanomália térképek kiértékelésével meghatározni a geoid alatti tömegrendellenességek által előidézett függővonal-elhajlást és a második lépésben külön figyelembe venni a geoid feletti tömegek hatását. A Faye-anomáliák és Bouguer-anomáliák között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$\Delta g_F = g_B + 2\pi f \sigma h \qquad \ldots\ 36$$

ahol

f - a tömegvonzás állandója /$66{,}7 \cdot 10^{-9}$ $cm^3 g^{-1} sec^{-2}$/

σ - a Bouguer-anomália számitásánál használt sürüségérték

h - annak a pontnak a tengerszint feletti magassága m-ben, amelyre az anomáliaérték vonatkozik.

$2\pi f\sigma$ - tagot Bouguer-féle együtthatónak nevezik.

A /36/ figyelembevételével a /35/ kifejezések a következő alakot veszik fel:

$$\xi''_{5-300} = -0{,}''005 \sum_{i=I}^{VIII} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{B_{ij}} \cos\alpha_j -$$

$$-0{,}''005 \cdot 2\pi f\sigma \sum_{i=I}^{VIII} \sum_{j=1}^{16} h_{ij} \cos\alpha_j - 0{,}''002 \sum_{i=IX}^{XIII} \sum_{j=1}^{24} \Delta g_{B_{ij}} \cos\alpha_j -$$

$$-0{,}''002 \cdot 2\pi f\sigma \sum_{i=IX}^{XIII} \sum_{j=1}^{24} h_{ij} \cos\alpha_j$$

$$\eta''_{5-300} = -0{,}''005 \sum_{i=I}^{VIII} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{B_{ij}} \sin\alpha_j - 0{,}''005 \cdot 2\pi f\sigma \sum_{i=I}^{VIII} \sum_{j=1}^{16} h_{ij} \sin\alpha_j -$$

$$- 0{,}''002 \sum_{i=IX}^{XIII} \sum_{j=1}^{24} \Delta g_{B_{ij}} \sin\alpha_j - 0{,}''002 \cdot 2\pi f\sigma \sum_{i=IX}^{XIII} \sum_{j=1}^{24} h_{ij} \sin\alpha_j$$

..... 37

A /37/ képletek szerinti numerikus integrálás két lépésben történik:

- A Bouguer-anomália térképek alapján körhárfa segitségével meg kell állapitani minden egyes komparti-

mentre becsléssel a Bouguer-anomália átlagértékét, s ezeket meg kell szorozni a kompartiment hatását kifejező együtthatóval. Az így kapott eredmények összege megadja a geoid alatti tömegrendellenességek okozta függővonal-elhajlás összetevőit.

- Ugyanazon körhárfa segítségével hipszometrikus /szintvonalas/ térképek alapján meg kell határozni minden egyes kompartiment tengerszint feletti átlagmagasságát ugyanesak becsléssel, s az átlag magasságértékeket meg kell szorozni ugyanazokkal az együtthatókkal, amelyekkel a megfelelő átlag anomáliákat szereztük.

A kapott eredmények összegét megszorozva a megfelelő Bouguer-féle együtthatóval megkapjuk a tengerszint feletti tömegek okozta függővonal-elhajlás összetevőit.

A Bouguer-féle együttható számszerű értéke a Bouguer-izoanomália térképek szerkesztésékor elfogadott kőzetsűrűség értékétől és a tengerszint feletti magasságok mértékegységétől függ.

Ha h értékek méterben vannak kifejezve, így

σ = 2,00 g/cm³ esetében $2\pi/\sigma$ = 0,0838

σ = 2,67 g/cm³ esetében $2\pi/\sigma$ = 0,1119

Ha h értékek láb egységekben vannak kifejezve:

σ = 2,00 g/cm³ esetében $2\pi/\sigma$ = 0,0255

σ = 2,67 g/cm³ esetében $2\pi/\sigma$ = 0,0341

II.2.1.1. A "Középső gyürü" feldolgozása

A "Középső gyürünek", mint már emlitettük, a pont körül 5 km-es és 102,6 km-es sugarakkal vont körök által lehatárolt területet nevezzük. Ez a körgyürü alaku terület az I.-VIII. Jeremejev-zónákat tartalmazza. Magyarország területének nagyságánál fogva, a vizsgálandó pontok többségénél a "Középső gyürü" kilép az ország területéből. A rendelkezésünkre álló gravitációs és hipszometrikus térképek a magyarországi és külföldi területek esetében nagyon eltérnek egymástól a pontosság és méretarány vonatkozásában. Ez szükségessé teszi a feldolgozás szempontjából is az un. "Belföld" és "Külföld" megkülönböztetését.

Magyarországnak majdnem az egész területére elkészültek már az 1:200 000 mm. szines nyomatu Bouguer-izoanomália térképek. Ez amellett szól, hogy a belföldi területre eső "Középső gyürü" feldolgozását 1:200 000 méretarányban végezzük. Az ebben a méretarányban szerkesztett "körhárfa" még elfogadható méretü /külső sugara 51,3 cm/.

Ebben az esetben a geoid feletti tömegek hatásának figyelembevételéhez szükséges átlag magasságok kiértékelése az 1:200 000 mm. szintvonalas katonai térképekről történik.

Mint már a II.1. fejezetben ismertettük, a külföldi területekre ez ideig csak 1:10 000 000 mm. izovonalas Bouguer-anomália térképről készitett 1:1 000 000 m.a. nagyitás áll rendelkezésünkre.

Igy a "Középső gyürü" külföldi területekre eső részének feldolgozási méretaránya 1:1 000 000.

A geoid feletti tömegek hatásának figyelembevétele az 1:1 000 000 mm. szintvonalas térkép alapján történik.

A "Középső gyürü" numerikus kiértékelése a 7. mellékleten bemutatott körhárfa-tipus segitségével történik. Mivel a "Belföldi" és "Külföld" feldolgozási méretaránya különbözik egymástól, igy két körhárfát szerkesztünk, egyiket 1:200 000, másikat 1:1 000 000 méretarányban.

A feldolgozás a megfelelő térképszelvények összeválogatásával kezdődik. Majd a vizsgált pontot koordinátái alapján fel kell rakni a térképekre. Ezek után kezdődik a "paletkázásnak" nevezett munkafázis. A körhárfát a már leirt módon ráhelyezve a térképre, minden egyes kompartimentre meg kell állapitani a Bouguer-anomáliák, ill. magasságok átlagértékét. Az átlagérték megállapitása általában becsléssel történik. Azokban az esetekben, amikor a kompartiment nagysága miatt vagy az izovonalak bonyolultabb képe miatt nehéz megállapitani az átlagértéket, a kompartimentet célszerü részekre felosztani és minden egyes részre megállapitva az átlagértéket, ezekből kell kiszámitani a teljes kompartimentre vonatkozó átlagértéket. A kompartimentet vagy 4 egyenlő részre osztjuk fel, vagy olyan részekre bontjuk fel, amelyek az átlagérték megállapitása szempontjából a legelőnyösebbnek látszanak.

Az első esetben a kompartiment átlagértéke a részterületekre megállapitott átlagértékek közepelésével számitható. A második esetben először meg kell állapitani, hogy a részterületek hogyan aránylanak a kompartiment területéhez, majd a részterületekre

megállapitott átlagértéket megszorozni a megfelelő arányszámmal és az eredményeket összegezni.

A térkép kiértékelését a következő sorrendben célszerű végezni:

A legalacsonyabb számu szektor legbelső kompartimentjével kell kezdeni, majd a szektoron belüli kifelé kell haladni. Az első szektor összes kompartimentjének kiértékelése után a következő sorszámu szektor legbelső kompartimentjével kell folytatni, és igy tovább.

Minden egyes térképfajta kiértékelésének eredményeit külön ürlapra kell feljegyezni. Tehát a "Középső gyürü" feldolgozása attól függően, hogy a "Középeső gyürü" teljes egészében vagy csak részben esik-e Magyarország területére, 2 vagy 4 ürlap kitöltését vonja maga után.

Az ürlapok az alkalmazott körhárfák beosztásának megfelelően készültek el. Az oszlopok száma a szektorok számával, a sorok száma a zónák számával egyenlő. A "Középső gyürü" kiértékelési eredményeinek feljegyzésére a 11., 12., 13., 14. számu mellékleten bemutatott ürlap tipus szolgál.

Az ürlap fejrovatában lévő <u>arab számok</u> a paletka <u>szektorainak</u> sorszámát, a bal oszlopban lévő <u>római számok a Jeremejev-zónákat</u> jelölik. Igy a körhárfa minden egyes kompartimentjének az ürlap egy-egy rovata felel meg.

<u>Az ürlapok kitöltésének szabályai:</u>

Az ürlap fejrovata fölött fel kell tüntetni a vizsgált pont nevét, a feldolgozandó terület elnevezését /pl.."Középső gyürü". Belföld/, a kiértékelés alapját szolgáló térkép jellegét /Pl. Bouguer-izoanomália, 1:200 000/.

A "palétkázás" során megállapitott átlagértékeket az ürlap megfelelő rovatába kell bejegyezni, még pedig az alábbi egységekben:

Belföldön: Bouguer-anomáliákat mgal-ban, egy tized élesen; magasságokat 100 m-es egységekben, egy tized élesen

Külföldön: Bouguer-anomáliákat mgal-ban, egy tizedre; magasságokat 1000 láb egységekben, egy tized élesen.

Azon kompartimenteknek megfelelő ürlaprovatokba, amelyek nem esnek bele a kiértékelendő területbe - pl. a "Belföld" kiértékelésénél a külföldre eső kompartimentek - kis vizszintes vonást teszünk.

Azon kompartimentek esetében, amelyeket az országhatár átszel, s igy egy részük Magyarország területére, más részük a külföldre esik, a következő módon kell eljárni:

- meg kell állapitani, hogy a kompartiment hányad része esik Belföldre, ill. külföldre.
- a körhárfával kiolvasott átlagértéket meg kell szorozni a megfelelő arányszámmal és a kapott eredményt az ürlap megfelelő rovatába beirni. A szükséges számitásokat az ürlap alján kell végezni. /lásd a 11., 12., 13., 14. mellékleteken/.

Az ilyen rovatokat - tehát azokat, melyeknek törté kompariment felel meg - az ürlapokon alá kell huzni.

Mivel a térképek kiértékelése sok hibalehetőséget rejt magában /elnézés, átlagérték hibás becslése stb./ igy a feldolgozást két főnek kell végeznie, egymástól teljesen függetlenül. A két feldolgozás eredményeinek összevetése alapján az ilyen jellegü hibák kiszürhetők.

II.2.1.2. A "Külső gyűrű" feldolgozása

A "Külső gyűrű", mely magába foglalja IX-XIII.Jeremejev-zónákat /tehát a vizsgált ponttól számitva 102,6 km-től 305,4 km-ig terjedő területet/, részben Magyarország területére, részben külföldi területekre esik.

A "Külföld" feldolgozása a "Középső gyűrű" tárgyalásánál emlitett térképek alapján történik, és pedig: 1:1 000 000 ma. Bouguer-izoanomália térkép és 1:1000000 ma. AIR FORCE léginavigációs szintvonalas térkép.

A "Belföld" feldolgozásához a "Középső gyűrű" esetében használt 1:200 000 ma. alapanyagok a méretarányból adódó ~~paletka~~ Körhárfa méret miatt /külső sugár 152,7 cm/ nem alkalmazhatók. Igy a magyarországi területet is 1:1 000 000 méretarányban kell feldolgozni. A feldolgozás alapanyagául a MAEL Geofizikai Intézet által kiadott 1:1000000 ma. "Magyarország Átlag Faye-anomália Térkép" szolgál.

A "Külső gyűrű" feldolgozása tehát egységes méretarányban történik - 1:1 000 000. A függővonal-elhajlás számitásához szükséges adatok kiolvasását a 8. mellékleten bemutatott körhárfa tipus segitségével kell végezni. A körhárfát az 1:1 000 000 méretarányban kell szerkeszteni.

A "pletkázás" folyamata csak annyiban tér el a "Középső gyűrű" tárgyalásakor leirtaktól, hogy az Átlag Faye-anomália térkép kiértékelésénél a kompartimentre vonatkozó átlagértéket nem becsléssel, hanem számitással kell megállapitani.

A kiértékelés eredményeinek bejegyzését az alkalmazott körhárfa beosztásainak megfelelően elkészitett ürlapokon kell végezni /15., 16., 17. melléklet/.

A Bouguer-anomáliákat mgal-ban, egy tized élesen, a magasságokat 1000 láb egységekben, egy tized élesen, az Átlag Faye-anomáliákat mgal-ban, egy század élesen kell kiírni.

II.2.2. A "Belső zóna" feldolgozása

II.2.2.1. A "Belső zóna" problémája és megoldásának módszerei

A "Belső zónának" a vizsgálandó pont körül 5 km-es sugaru körrel lehatárolt területet nevezzük. Ezen terület gravitációs anomáliái által előidézett függővonal-elhajlás összetevőit az alábbi képletek fejezik ki:

$$\xi''_{0-r_0} = \frac{1}{2\pi R} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \Delta g \, V_2 \cos\alpha \, dr \, d\alpha$$

$$\eta''_{0-r_0} = \frac{1}{2\pi R} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \Delta g \, V_2 \sin\alpha \, dr \, d\alpha \qquad 38$$

Ezen képletek numerikus kiértékelésére a II.2.1.fejezetben ismertetett eljárás nem alkalmazható, ui. az adott esetben az r_0 sugár csekély volta miatt a Vening-Meinesz képletek matematikailag határozatlan /0 °∞-hez közelálló/ eredményt adnak. Ezért a "Belső zóna"feldolgozása más eljárást igényel.

Mivel a zóna sugara kicsi /r_0 = 5 km/, a V_2 függvényben /29. képlet/ a második és harmadik tag elhanyagolható. A $V_2 = -\frac{\rho'' R}{\gamma r}$ -t behelyettesítve a /38/-be, kapjuk:

$$\xi''_{0-r_0} = -\frac{\rho''}{2\pi\gamma}\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi}\frac{\Delta g}{r}\cos\alpha\, dr\, d\alpha$$

39

$$\eta''_{0-r_0} = -\frac{\rho''}{2\pi\gamma}\int_0^{r_0}\int_0^{2\pi}\frac{\Delta g}{r}\sin\alpha\, dr\, d\alpha$$

Mivel Δg = Const esetében ezek a képletek $\xi'', \eta'' = 0$ eredményt adnak, így a /39/-ben a $\frac{\Delta g}{r}$ helyett irhatunk $\frac{\Delta g - \Delta g_0}{r}$ kifejezést, ahol a Δg_0 állandó érték. Az adott esetben a Δg_0 a kezdőpontbeli gravitációs anomáliát jelenti. A $\frac{\Delta g - \Delta g_0}{r}$ hányados, ha r tart zérushoz, a gravitációs anomália kezdőpontbeli gradiensét jelenti és mint ilyen már véges érték:

$$\lim_{r\to 0}\left\{\frac{\Delta g - \Delta g_0}{r}\right\} = \frac{\partial \Delta g}{\partial r} = \frac{\partial \Delta g}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial \Delta g}{\partial y}\sin\alpha \qquad 40$$

$\frac{\partial \Delta g}{\partial x}$ és $\frac{\partial \Delta g}{\partial y}$ - a gravitációs anomália észak-déli, ill. kelet-nyugat irányu gradiense. A /40/ behelyettesitve a /39/-be, az integrálás után kapjuk:

$$\xi''_0 = -0''{,}105\ r_0\frac{\partial \Delta g}{\partial x}$$

41

$$\eta''_0 = -0''{,}105\ r_0\frac{\partial \Delta g}{\partial y}$$

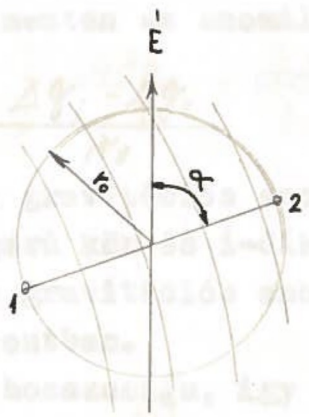
A gravitációs anomália gradiensei az izoanomália térképekről megállapithatók - feltéve, ha a vizsgált pont gravitációs anomáliák szempontjából nem szinguláris pont - mégpedig a következő módon:
a térképre a vizsgált ponton átmenő, az izovonalakra merőleges egyenest rajzolunk be. Ez lesz a maximális gradiens iránya. Ezen az egyenesen a ponttól mindkét irányban r_0 távolságra leolvassuk a Δg_1, ill. Δg_2 gravitációs anomália értékeket. A maximális gradiens értéke ezek után:

$$\frac{\partial \Delta g}{\partial r} = \frac{\Delta g_2 - \Delta g_1}{2 r_0}$$

Ha az izovonalakra merőleges egyenes az észak-déli irányval α szöget zár be, akkor

$$\frac{\partial \Delta g}{\partial x} = \frac{\partial \Delta g}{\partial r} \cos\alpha \qquad \frac{\partial \Delta g}{\partial y} = \frac{\partial \Delta g}{\partial r} \sin\alpha$$

Az α azimut értelmezése:



A <u>gradiensek módszere</u> csak akkor ad egyértelmi eredményeket, ha a "Belső zónán" belül az anomáliák változása eléggé egyirányú és egyenletes, azaz <u>ha az izovonalak közel párhuzamosak.</u> De még akkor is ez az eljárás közelitónek tekinthető. A függővonal-elhajlásokat általában a terep kiemelkedő pontjain elhelyezett felsőrendű háromszögelési pontokban határozzuk meg, melyek körül az izoanomália vonalak gyakran zárt görbéket alkotnak. Igy a gradiens nem egyértelmü, hanem az α azimut függvénye. Ebben az esetben a "Belső zóna" problémája a <u>kerületi értékek módszerével</u> oldható meg.
Osszuk a "Belső zónát" a pontból kiinduló sugarakkal 8 egyenlő körcikkre úgy, hogy a körcikkek középvonalainak azimutjai rendre 0°, 45°, 90°... 315° legyenek.

A kijelölt 8 sugár mentén képezve az anomália-gradienseket és a szögfüggvényeket, a /39/ képletek szerinti integrálást véges összegezéssel helyettesitjük:

$$\xi''_{0-r_0} = -\frac{\rho''}{2\pi\gamma}\,\frac{\pi}{4}\,r_0 \sum_{i=1}^{8} \frac{\partial \Delta g_i}{\partial r}\cos\alpha_i$$

$$\eta''_{0-r_0} = -\frac{\rho''}{2\pi\gamma}\,\frac{\pi}{4}\,r_0 \sum_{i=1}^{8} \frac{\partial \Delta g_i}{\partial r}\sin\alpha_i \qquad /42/$$

Az i-dik sugár mentén az anomália-gradiens értéke:

$$\frac{\partial \Delta g_i}{\partial r} = \frac{\Delta g_i - \Delta g_0}{r_0}$$

ahol Δg_i - a gravitációs anomália értéke az r_0 sugarú kör és i-dik sugár metszéspontjában;

Δg_0 - a gravitációs anomália értéke a vizsgálandó pontban.

Mivel r_0 véges hosszuságu, igy $\frac{\Delta g_0}{r_0}$ tag összegezés után zérus lesz. Az állandókat és a szögfüggvény-értékeket behelyettesitve, a /42/ összegeket az alábbi alakra irhatjuk át:

$$\xi''_{0-r_0} = 0{,}0263\,/\Delta g_5 - \Delta g_1/ + 0{,}0186\,/\Delta g_4 + \Delta g_6 - \Delta g_2 - \Delta g_8/$$

$$/43/$$

$$\eta''_{0-r_0} = 0{,}0263\,/\Delta g_7 - \Delta g_3/ + 0{,}0186\,/\Delta g_6 + \Delta g_8 - \Delta g_2 - \Delta g_4/$$

A "Belső zóna" okozta függővonal-elhajlás összetevői tehát a /43/ összefüggések alapján kiszámithatók, ha a zónát lehatároló kör 8 szimmetrikus helyzetü pontjában meghatározzuk az anomália értékét, illetve - ha a közvetett interpolálás módszerét alkalmazzuk - a tengerszint feletti magasságot is.

A kerületi értékeket a "Középső gyűrű" feldolgozásához használt gravitációs, ill. hipszometrikus térképekről olvassuk le. Ehhez a körhárfa legbelső körén a 2., 4., 6.,8., 10., 12., 14., és 16. szektor középvonalában 8 pontot jelölünk meg.

Ez az eljárás azonban közelitőnek tekinthető, mivel a "Belső zóna" kerületén megállapitott értékek nem jellemezhetik kellőképpen az egész zóna hatását, melynek éppen a ponthoz való közelsége miatt fokozott szerepe van a pontbeli függővonal-elhajlás kialakulásában.

A "Belső zóna" hatásának pontosabb figyelembevételének előfeltétele az, hogy a vizsgált pont közvetlen környezetében sűrítő gravimetriai hálózat álljon rendelkezésre, melynek alapján nagyobb méretarányu gravitációs térkép szerkeszthető. Ebben az esetben a "Belső zónát" további 5 részre osszuk fel, még pedig úgy, hogy kijelölünk benne 4. a függővonal-elhajlásra egyforma hatást gyakoroló koncentrikus körgyűrűt /a,b,c,d zónákat/.

Ezeket a koncentrikus zónákat a "Középső gyűrű" zónáihoz hasonlóan 16-16 egyenlő részre /kompartimentre/ bontjuk fel a pontból kiinduló sugarakkal.
Igy ezen négy zóna anomáliái által előidézett függővonal--elhajlás összetevoi a Vening-Meinesz képletek alapján végzett numerikus integrálással számithatók:

$$\xi'' = \frac{\rho'' P}{16R} \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \cos \alpha_j$$

$$\eta'' = \frac{\rho'' P}{16R} \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \sin \alpha_j \qquad \ldots 44$$

Ha a kettős összegezések előtt álló $\frac{\rho'' P}{16R}$ állandónak - 0",005" értéket adunk, akkor a /33/ összefüggés alapján a négy zóna sugaraira az alábbi értékek adódnak:

Zóna jele	Zóna sugara
a	1,1 km
b	1,6 km
c	2,3 km
d	3,4 km
	5,0 km

A vizsgált pont körüli 1,1 km-es sugaru, köralaku területet "Belső mag"-nak neveszük. Ezen terület hatását a kerületi értékek módszerével vesszük figyelembe, azaz a megfelelő függővonal-elhajlás összetevőket a /43/ képletekkel számitjuk.

II.2.2.2. A térképek kiértékelése

A "Belső zóna" hatásának a /43/, /44/ képletekkel való figyelembevételéhez szükséges kiinduló adatokat /Δg értékeket/ a II.1.1.1. fejezetben ismertetett 1:50 000 ma. kéziratos Faye-izoanomália térképek kiértékelésével nyerjük. A térképek kiértékelése a 9. mellékleten bemutatott ~~paletta~~ körhárfa segitségével történik. A szóbanforgó körhárfa megvalósitja a "Belső zónának" az előző pontban leirt felosztását. A "Belső mag" kerületén 8 szimmetrikus helyzetü pont van feltüntetve. A paletkát természetesen 1:50 000 méretarányban kell megszerkeszteni.

A körhárfát a már ismert módon ráhelyezve a térképre az a,b,c,d jelü körgyürük minden egyes kompartimentjére meg kell állapitani a Faye-anomáliák átlagértékét, majd a "Belső mag" kerületén lévő 8 pontban le kell

olvasni az anomália-értékeket.
A térképi kiértékelés eredményeinek bejegyzéséhez ugyanolyan űrlapokat használunk, mint a "Középső gyűrű" feldolgozása esetében. Az űrlap első négy sora rendre a,b,c,d jelű zónáknak felel meg /10.melléklet/. A kerületi értékek bejegyzésére az űrlapon nincs külön hely, így ezeket az űrlap alján tüntetjük fel. A kerületi értékeket célszerű rögtön a /43/ képletnek megfelelő formában beírni /lásd a 10. mellékleten/.
Az űrlap alsó bal sarkában lévő kis ábra mutatja a kerületi értékek indexének és a szektorok sorszámainak a kapcsolatát.
A Faye-anomália értékeket mgal-ban, egy tized élesen kell kiírni.

II.2.3. A Gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek számítása

A gravimetriai függővonal-elhajlás összetevőinek számítása, a figyelembe vett terület feldolgozásához felhasznált térképeknek megfelelően, több részben történik. A pontbeli függővonal-elhajlás komponensei az alábbi részhatókból tevődnek össze:

- a "Belső mag" gravitációs anomáliái által előidézett ξ, η részhatók;
- a "Belső zóna" négy körgyűrűjének gravitációs anomáliái okozta ξ, η részhatók;
- a "Középső gyűrű" belföldi részének geoid alatti tömegrendellenességei által előidézett ξ, η részhatók;
- a "Középső gyűrű" belföldi részének geoid feletti tömegei által előidézett ξ, η részhatók;
- a "Középső gyűrű" külföldi részének geoid alatti tömegrendellenességei okozta ξ, η részhatók;

- a "Középső gyürü" külföldi részének geoid feletti tömegei által elöidézett ξ, η részhatók;
- a "Külső gyürü" belföldi területének gravitációs anomáliái okozta ξ, η részhatók;
- a "Külső gyürü" külföldi területének geoid alatti tömegrendellenességei által elöidézett részhatók;
- a "Külső gyürü" külföldi területének geoid feletti tömegei által elöidézett ξ, η részhatók.

A részhatók mindegyikének számitása a térképkiértékelés eredményeinek bejegyzésére szolgáló ürlapon történik. Az ürlapok felépitése olyan, hogy lehetővé teszi a /37/, ill. /44/ képletek szerinti numerikus integrálás gépies végrehajtását.
Az ürlapok rovatai, melyek a körhárfa szektorainak felelnek meg, négyesével vannak csoportositva. A 4 - 4 szektorra nézve a $|\cos \alpha_j|$, ill. $|\sin \alpha_j|$ értékek azonosak, azaz a 4-4 szektor a körhárfa E-D vonalához viszonyitva szimmetrikusan helyezkedik el. Az ürlapok legalsó sorába nyomtatott számértékek az adott szektorcsoport kompartimentjeinek hatását kifejező együtthatókat jelentik, pl. a "Középső gyürü" esetében $0''.005 \cos \alpha_j$, ill. $0''.005 \sin \alpha_j$ értékeket.
Az ürlapok második sorába /fent/ nyomtatott előjelek azt mutatják, hogy a megfelelő részható számitásánál az adott szektor hatását kifejező együtthatót milyen előjellel kell használni.
Ezek után minden egyes észak-déli, ill. kelet-nyugat irányu részhető számitásának sorrendje a következő:

- az ürlap rovataiba bejegyzett anomáliákat, ill. magasságokat oszloponként és soronként is összegezzük /az oszlopkénti összegezés eredményeit az ürlap Σ jelü sorában tüntetjük fel, a soron-

ként összegeket az ürlap utolsó előtti oszlopába irjuk be; a két féle összegezés eredményeinek összege egyforma kell, hogy legyen/.

- a 4 - 4 szektor Σ értékeiből 2-2 összeget képezünk az ürlap második sorában lévő előjelek figyelembevételével. A kapott eredményeket a $\Sigma\Sigma\xi$ illl $\Sigma\Sigma\eta$ jelű oszlopokba a megfelelő együtthatók fölé irjuk be.
- a $\Sigma\Sigma\xi$ értékeket megszorozzuk a megfelelő együtthatókkal és a szorzatokat összegezzük; ugyanezt elvégezzük a $\Sigma\Sigma\eta$ értékekkel is.

Abban az esetben, ha ezeket a számításokat a gravitációs térképek kiértékelésének eredményeivel hajtjuk végre, a számitás eredményeként a megfelelő részhatót kapjuk meg másodperc egységben.

A geoid feletti tömegek által előidézett függővonal-elhajlás részhatókat úgy kapjuk meg másodperc egységben, hogy a hipszometrikus térképek kiértékelésének eredményeiből /anomáliának felfogott magasságokból/ számitott értékeket szorozzuk a Bouguer-redukció együtthatójával, az aktuális sürüségnek és a magasságok mértékegységének megfelelően. Az alkalmazott Bouguer-izoanomália térképek szerkesztésekor felfogadott sürüségértékeknek és a hipszometrikus térképek magasság-mértékegységeinek megfelelő Bouguer-együtthatók a II.2.1. fejezetben /13. oldal/ találhatók. De mivel az átlagmagasságokat "Belföld" feldolgozásánál 100 m egységekben, "Külföld" feldolgozásánál 1000 láb egységekben olvassuk le, igy az alábbi értékeket kell használni, hogy a végeredményt jelentő részhatókat másodperc egységben kaphassuk:

- "Középső gyürü" belföld /σ = 2,00 g/cm³, h [100 m]/: 8,38
- "Középső gyürü" külföld/σ = 2,67 g /cm³, h [1000 láb]/: 34,1

- "Külső gyürü" külföld /σ = 2,67 g/cm³,h [1000 láb]/: 34,1

Mint ahogy már emlitettük, mind a térképek kiértékelését, mind a számitásokat két személynek kell végeznie, függetlenül egymástól. A két független feldolgozás eredményeinek egy megengedett eltérésen belül egyezniök kell. A feldolgozás végeredményét jelentő ξ'', η'' függővonalelhajlás-összetevőknél a két kiértékelő által kapott értékek közti megengedett eltérés - 0,3".

A két kiértékelő munkájának összehasonlitása az ürlapokon végzett oszloponkénti összegezés eredményeinek egybevetésével történik, ugyanis ahhoz, hogy a két kiértékelésből származó ξ'', η'' értékek eltérése ne haladja meg a 0,3"-t, az oszlop-összegeknél a két-két eredménynek egy megengedett eltérésen belül egyeznie kell. Az oszlop-összegek megengedett eltérései a következők:

"Középső gyürü" belföld-Bouguer	-	3,7 mgal
"Középső gyürü" belföld-hipszo	-	1,1 100 m
"Középső gyürü" külföld-hipszo	-	0,3 1000 láb
"Külső gyürü" külföld-hipszo	-	0,7 1000 láb

Ha valamely oszlop-összegben a megengedettnél nagyobb eltérés van, akkor az adott oszlopban kompartimentenként kell összehasonlitani a két kiértékelés eredményeit, kideriteni az eltérés okát és kijavitani a hibás értékeket.
Ha a két kiértékelő által kiszámitott ξ'', η'' részhatók megendett eltérésen belül megegyeznek, úgy a végleges értékek - a két-két eredmény számtani középértékei.
A függővonal-elhajlás összetevőit minden részhető esetében egységesen két tizedesre élesen /század másodpercre/ számitjuk.

II.3. Geoid térképek készitése

A földalak előállitásának szintétikus módszere szerint kellő sürüségben és egyenletes eloszlásban meg kell határoznunk a feldolgozandó területen /ez általában az egész ország, olykor különleges kutatási célok esetében annak valamely kisebb-nagyobb rész/ a Kraszovszkij-ellipszoidra vonatkoztatott unduláció-értékeket, s ezek birtokában már megrajzolható a geoid szintvonalas-gravimetriai szóhasználat szerint izovonalas-térképe.

Az ilymódon történő geoid-meghatározás klasszikus eljárása a Bruns-féle csillagászati szintezés /I.4. pont/, valamint annak korszerü továbbfejlesztése a Mologyenszkij-féle asztrogravimetriai szintezés /I.5.5. pont/. Matematikai apparátusát tekintve mind a kettő a függővonalelhajlások vonalmenti integrálását jelenti s ezen integrálás numerikus végrehajtása szerint adódnak az unduláció-számitások különböző elrendezései, nevezetesen:

a/ az integrálás utja lehet:
- meridián ill. parallelkör-irányu/ $\alpha = 0^{\circ}$, ill. $\alpha = 90^{\circ}$ azimutban fekvő/
- általános irányu α azimutban fekvő

b/ a függővonal-elhajlásoknak, mint integrandusz-függvénynek az értékei:
- lehetnek numerikus adatok
- vehetjük azokat azovonalas térképekből

A gyakorlatban szokásos elrendezések:
- a ξ " ill. η " izovonalas térképekből kiolvasott függővonal-elhajlás értékek meridián, ill. parallelkör mentén történő integrálása.

- unduláció-különbségek számitása általános irányu α azimutban fekvő oldalakra.

Asztrogravimetriai szintezésnél az utóbbi elrendezéssel dolgozunk, mig csillagászati szintezés esetén akár az egyik, akár a másik megoldás alkalmazására sor kerülhet.

II.3.1. Csillagászati szintezés a ξ'' és η'' térképeken végzett vonalintegrálással

A Bruns-féle csillagászati szintezés a geoid-meghatározás geometriai módszere, s hogy mégis ismertetjük ebben a geodéziai gravimetriai utmutatóban, annak több oka van:

- a Geoid meghatározásának módszerétől függetlenül /explicite függetlenül/ fizikai fogalom, s igy általános értelemben mégis a geodéziai gravimetriába /a fizikai geodéziába tartozik/, s igy itt kell tárgyalni bármiféle uton történő előállitását.
- az asztrogravimetriai szintezés, ami már kifejezetten geodéziai gravimetriai módszer a "geometriai" csillagászati szintezés továbbfejlesztése, a technológiailag sem választható el attól.

II.3.1.1. A munkaképlet

A Bruns-féle csillagászati szintezés képlete általános irányu azimutban fekvő oldalak esetén /I.4.10. képlet/

$$\Delta\zeta_{A,B} = -\frac{c}{2}\sum\left[\left(\xi''_i + \xi''_k\right)\cos\alpha_{i,k} + \left(\eta''_i + \eta''_k\right)\sin\alpha_{i,k}\right]s_{i,k} \qquad 10$$

Izovonalas ξ'' ill. η'' térképek alkalmazása esetén nem a "szintezési szakaszok" i és k végpontjaiban olvassuk ki az elhajlásértékeket, hanem a szakasz közepén - azaz mindjárt a számtani közepet. Ezt figyelembevéve az általános eset képlete így módosul:

Meridián irányu geoid-profilra / $\alpha = 0^0$/

$$\Delta\zeta_{AB}^{AG} = -\frac{1}{\rho''}\sum_{i=A}^{s=B}\xi''\Delta s$$

ha $s=10^{km}$, ugy $\rho'' = 206\,265''$ numerikus értékével

$$\Delta\zeta_{AB}^{AG[m]} = -0{,}0484\,s\sum_{i=A}^{s=B}\xi'' \qquad \ldots 45$$

parallelkör irányu geoid profilra: / $\alpha = 90^0$/

$$\Delta\zeta_{A,B}^{AG[m]} = -0{,}0484\,s\sum_{i=A}^{s=B}\eta'' \qquad \ldots 46$$

A Δ $s=10^{km}$ választás megfelel mind csillagászati pontjaink átlagos távolságának /kb. 30 km/, mind a csillagászati szintezés szakirodalomba közölt nemzetközi tapasztalatainak.

Nagy figyelmet kell forditani a $\Delta\zeta$ undulació-különbség előjelére /1. ábra/

- ha D-ről E felé haladunk, és a $\sum\xi''$ pozitiv előjelü, ugy a referencia-ellipszoidhoz képest a geoid esik /és forditva/
- ha Ny-ról K felé haladunk, és a $\sum\eta''$ pozitiv előjelü, ugy a referencia-ellipszoidhoz képest a geoid esik /és forditva/

Ebből a tényből adódik a $\sum\xi''$ ill. $\sum\eta''$ összegek szorzóállandójának előjele, mindig a koordinatengelyek pozitiv irányába haladva a vonalintegrálás-kor, hiszen a φ ill. x értékek D-ről É felé nőnek, a Λ ill. y értékek pedig Ny-ról K felé.

II.3.1.2. A ξ'' és η'' térképek adatainak feldolgozása

A függővonal-elhajlások térbeli változása nem lineáris, igy azok izovonalas térképének készitése a valóságos eloszlásnak csak többé kevésbé durva közelitése. A tapasztalat mégis az, hogy középhegységi területen /mint hazánk is/ 20-30 km csillagászati ponttávolság mellett néhány dm pontosságu geoid-meghatározást érhetünk el, ami már elegendő a felsőrendü hálózatok mérési eredményeinek a referencia-ellipszoid felületére való redukálásához. Az ilyen céllal történő geoid-ábrázolás létrehozására szolgál az izovonalas elhajlástérképeken végrehajtott vonalintegrálás, melynek munkameneto az alábbi:

1. Képezzük az asztrogeodéziai ξ'' és η'' értékeket, a definiáló egyenletek szerint /I.3.2. pont/

$$\xi'' = \varphi - \phi \qquad \ldots 2$$

$$\eta'' = \Lambda - L \cos\varphi \qquad \ldots 3$$

A KNy irányu komponens az azimutokból is számitható, de a kisebb megbizhatóság miatt ezt az összefüggést csak ellenőrzési-vizsgálati

célokra használjuk, egyes különleges esetekben:

$$\eta'' = /\alpha - A/ \quad \mathrm{ctg}\ \varphi \ \ldots\ldots\ldots \ 4{,}5$$

2. Az igy nyert értékekkel elkészitjük - országunk kiterjedést tekintve célszerüen 1:500 000 méretarányban - mind a ξ'' mind az η'' izovonalas térképet 0,5"-es osztásközzel.

3. A ξ''/η'' térképek méretarányával azonosan, külön pausszpapiron megtervezzük az undulációszámitási poligonokat. A tervezés szempontjai:
   - a poligonok legyenek téglalap-alakuak, azaz ÉD /meridián-irányu/ és KNY /parallelkör-irányu/ oldalakból összetettek.
   - mivel ezek az oldalak geoid-profiloknak is tekinthetök, ugy helyezzük el azokat a hálózathoz viszonyitva, hogy minél közelebb feküdjenek hozzájuk a függővonal-elhajlás pontok, mindkét oldalukon lehetöleg egyenletes eloszlásban. Ezzel az elvileg helytelen lineáris interpolálás hibáját jelentösen csökkentjük.
   - ami a poligonok nagyságát, az általuk befoglalt területet illeti, alkalmazkodnunk kell hazánk természetes morfológiai egységeihez /Magy^K Közép-hegység; Magyar Északi Hegyvidék; Tiszántul, stb./ Mérlegelve ezt a szempontot, de tekintettel az elönytelen hibahalmozódásra és a későbbi kiegyenlitésre is, ami nem indokolja a tul nagy poligonokat, ugy 60-70 km oldalhosszu, mintegy 15 db téglalappal le tudjuk fedni az országot.
   - az országhatárok mentén igy kimaradó terület-

sávokon esetleg általános irányu sokszögvonalakat vezetünk, melyeket a fenti egységes poligonrendszer együttes kiegyenlítése után illesztünk rá arra.

- a poligonoldalak hossza 10 km egész számu többszörösen legyen. A fentemlitett poligontervezési vázlaton bejelöljük mind a 10 km-es szakaszokat, mind jól megkülönböztethetően ezek <u>középpontját.</u>

A poligonhálózatot - későbbi sűrítő vonalaival együtt - a 18.sz. melléklet mutatja be.

4. <u>Kiolvassuk</u> az undulació-különbségek számításához szükséges függővonal-elhajlás értékeket, s alkalmas ürlapokba jegyezzük be azokat, az alábbiak szerint:
   - minden poligon-oldalra külön-külön ürlapot fektetünk fel;
   - az ÉD irányu poligon-oldalakra a ξ"-, a KNy irányuakra az η"-térképekről olvassuk ki a 45. ill. 46. munkaképletek szerinti integranduszértékeket, mindig a Δ s=10^{km}-es szakaszok, ebből a célból megjelölt középpontjában. A kiolvasás 0,1" élesen történik.
   - ezen elhajlásértékek kiolvasását mindig két személy végzi, egymástól függetlenül, s a munkaképletekbe ezen két érték számtani közepét vezetjük be. Az ürlapokba természetesen mindkét kiolvasást beirjuk, s ott képezzük a középértékeket is, ha eltérésük a 0,1"-et nem haladja meg.
   - <u>Igen lényeges:</u> A kiolvasásukat a ξ"-térképen mindig D-ről É felé haladva végezzük, /α =0°

azimut /az η "-térképeken pedig Ny-ról K felé haladva /α =90° azimut/, már a kiolvasó-úrlapokat is így írjuk elő.

5. Az undulláció-különbségek számítása. "szintezési vonalként" történik, azaz csomóponttól-csomópontig. A 45. ill. 46. munkaképleteknek megfelelően előjelhelyesen összegezzük meridiánirányu vonalak esetén a ξ ", parallelkör-irányu vonalak esetén az η " értékeket, majd szorozzuk ezen összegeket, - mindegyiket külön-külön - az egységes -0,04848 állandóval. Ezzel az eljárással a $\Delta\zeta$ undulláció-különbségek előjelhelyesen így adódnak:

- meridián-irányu /ED/ vonalak /α = 0° azimut/ mindig az északi csomópont magasságát kapjuk a déli csomópont felett /pl.: pozitiv $\Delta\zeta$: az északi csomópont magasabban fekszik a referencia-ellipszoid felett, mint a déli/

- parallelkör-irányu /KNy/ vonalak / α = 90° azimut/ mindig a keleti csomópont magasságát kapjuk a nyugati felett /pl.: negativ $\Delta\zeta$: a keleti csomópont alacsonyabban fekszik a referencia-ellipszoid felett, mint a nyugati/.

A $\Delta\zeta$ undullációkülönbségeket 4. tizedre élesen számitjuk /m-egységben adja a munkaképlet/.

II.3.1.3. Az undullációk számitása. A poligonrendszer együttes kiegyenlitése

A csillagászati szintezés kiegyenlitését a III. kiegyenlitési csoport szerint végezzük: "Közvetlen mérések kiegyenlitése az ismeretlenek között fennálló feltételekkel" /un. "korrelátás kiegyenlités"/. A sulyokat a vonalak - csomóponttól csomópontig ter-

$s = \frac{1}{n}$

jedő ÉD ill. KNy irányu egyenesek - hosszával forditott arányban vesszük fel. A feladat tehát tökéletesen azonos a szintezési hálózatok kiegyenlitésének közismert feladatával, ami érthető is: mindkét esetben valamilyen módon meghatározott magasság-különbségek egységes rendszerét kell együttes kiegyenlitéssel számitani.

/A gépszámitás általánossá válása óta előfordul, hogy a gépi program a hálózati kiegyenlitést a II. csoport szerint vé zi /un. "koordináta-kiegyenlités"/, s a középhibaszámitás is ennek megfelelően történik/.

A feltételi egyenleteket kiegyenlitési vázlat alapján irjuk fel, melynek célszerűen az alábbi kialakitásu /18.sz. melléklet/:

a poligonrendszer közelitően alakhelyes rajza, melyen fel van tüntetve

- a vonalak sorszáma piros számmal, pirossal bekeretezve,
- az emelkedés iránya a vonalakra tett fekete nyillal, mellette a magasságkülönbség két tizedesre.
- a vonalak hossza 10 km egységben kék számmal, kékkel bekeretezve, $p = \frac{1}{t}\ 10^{km}$ egységben.
- a poligonok közepébe beirva az előjelhelyes záróhiba. A feltételi egyenletek felirása előtt meg kell állapodni egy körüljárási irányban, s ezt is feltüntetjük a vázlaton /ajánlatos az óramutató járását választani/.

A záróhibákat cm-egységben képezzük, 2.tized élesen.

II.3.1.4. A számitási kezdőpont felvétele

A csillagászati szintezésnél is éppen ugy szükségünk van egy kiindulómagasságra - másszóval az alapszint felvételére - mint bármely más geodéziai magasságmeghatározásnál. Ez analitikusan megfelel annak, hogy a csillagászati szintezés formálisan vonalintegrálás, a igy szükségszerüen fellép egy integrálási állandó. A III. csoport szerinti kiegyenlitésnél a kiegyenlitést végrehajthatjuk a kiinduló magasság felvételétől függetlenül is, de a II. csoport alkalmazása esetén már nem; ilyenkor már feltétlenül fel kell vennünk egy kiinduló magasságot, máskülönben a normálegyenletrendszer határozatlanná válik. A számitási kezdőpont felvételénél különböző képpen járhatunk el:

- Önkényes felvétel. A poligonrendszer valamelyik csomópontjára felvesszünk egy magassági értéket, célszerüen 0,000 m-t.
- Valamely külső /a csillagászati szintezésünktől független/ információból egy, vagy több undulációérték-áll rendelkezésünkre. Ha csak egy, ugy a $\Delta\zeta$ magassági elhelyezése a referencia-ellipszoidhoz viszonyitva egyértelmü, ha nem a többértelmüséget fel kell adnunk. Az egy-dimenziós Helmert-transzformáció a legalkalmasabb erre. Képletei:

  "i": azon pontok pontszáma, melyekben az undulláció értéke előre meg van adva /"külső információ"/

  "k": azon pontok pontszáma, melyeken csak általunk számitott undulláció van, önkényes rendszerben /"belső információ"/.

$x_{2,i}$: valamely "i" pont megadott unduláció-értéke.

$x_{1,i}$: valamely "i" pont általunk számitott unduláció értéke, önkényes alapszintre vonatkoztatva.

$x'_{2,i}$: valamely "i" pont transzformálással kiegyenlitett undulációja.

$x'_{2,k}$: valamely "k" pontnak a megadott undulációk transzformálással kiegyenlitett rendszerébe átszámitott értéke.

n: az előre megadott unduláció-értékek száma $i = 1, \ldots n$/

A transzformáció egyenlete

$$x'_2 = a\,x_1 + c_2 \qquad \ldots 47$$

ahol:

$$a = \frac{[\Delta x_{1,i} \Delta x_{2,i}]}{[\Delta x_{1,i}^2]}$$

$$c_2 = x_{s_{2,i}} - a\,x_{s_{1,i}}$$

$$x_{s_{1,i}} = \frac{[x_{1,i}]}{n}$$

$$x_{s_{2,i}} = \frac{[x_{2,i}]}{n}$$

$$\Delta x_{1,i} = x_{1,i} - x_{s_{1,i}}$$

$$\Delta x_{2,i} = x_{2,i} - x_{s_{2,i}}$$

A transzformáció egyuttal a "2" indexü /megadott/ rendszer kiegyenlitésére is szolgál az "1" indexü /általunk számitott/ rendszer alapján, s mivel igy szükségünk van az eljárás alkalmazásához az "1" rendszerbeli unduláció-értékekhez, igy először önkényes alapszinttel végrehajtjuk a poligonrendszer kiegyenlitését célszerűen ugy, hogy az egyik megadott undulációt ideiglenesen elfogadjuk számitási kiindulópontnak. Ezen hálózati kiegyenlités után elvégezzük a 47. egyenlet szerinti Helmert-transzformációt, az "i" indexü pontokkal számitva a transzformáció állandóit, s ezek alapján transzformálva mind az "i", mind a "k" indexü pontokat. Természetesen az unduláció-számitási poligonrendszernek tartalmaznia kell az összes "i" indexü pontot /megadott undulációk/. Az unduláció-rendszer sűritését már a transzformált alapmunduláció-rendszerben végezzük.

II.3.1.5. <u>A poligonok közötti sűrités</u>

A poligonrendszer kiegyenlitésének eredménye a csomópontok undulációinak rendszere. Ezek egységes adathalmazt jelentenek, de mennyiségük nyilván még nem elegendő a geoid alakját reálisan tükröző izovonalas térkép szerkesztéséhez, s igy sűritőpontokat kell meghatároznunk erre a megbizható unduláció-alappontháózatra támaszkodva.

A sűrités éppen ugy meridián-arányu /ÉD/ és parallelkör-irányu /KNy/ poligonokkal történik, mint az alappontok /poligoncsomópontok, nagy latin betűkkel jelölve/ meghatározása. A 18.sz. melléklet mutatja ezek elrendezésének, felépitésének elvét.

- először magukon a poligonhálózat vonalain létesítünk sűritőpontokat /kis latin betűkkel jelölve/
- utána a poligon-téglalapok belsejében /arab számokkal jelölve/.

Az undulació-különbségek meghatározása pontosan ugy történik, mint a poligonrendszer számításakor, ugyanilyen munkafázisokban, ugyanolyan munkarészekben, de egyben való kiegyenlités helyett vonalankenti záróhibaelosztást, illetve magassági előmetszést végzünk.

Először a poligonhálózat oldalain lévő /kis latin betűkkel jelölt/ sűritőpontok magasságait határozzuk meg ~~x~~két - most már adott undulációju - csomópont között, az előzőekben már számitott nyers magasságkülönbségekből a záróhibának az oldalhosszakkal, a sűritő pontok távolságával, forditott arányban történő elosztásával.

Ezután számitjuk a poligon-hálózat belsejében lévő /arab számokkal jelölt/ sűritő-pontokat, most már a poligonoldalakon lévők végleges magasságaira támaszkodva, de természetesen előbb számitva a ξ " ill. η " összetevőkből a nyers magasságkülönbségeket.

Ha a poligon-téglalapok belsejében csak egy sűritőpont van, ugy azt magassági előmetszéssel határozzuk meg, s négy meghatározó irányból, mint sulyozott középértéket /suly a reciprok oldalhossz/, ha több, ugy minden beillesztett poligont külön-külön számitunk, s a metszésünkél keletkező csomópontok végleges undulációja az egyes vonalakból adódó geoidmagasságok számtani közepe lesz.

Ezzel a sűritési munkafázissal egyidőben végezzük

az országhatár menti területek ellátását undulációpontokkal az egységes poligonrendszerre illesztett- - esetleg általános α-azimutban fekvő - sokszögvonalakkal. Számítási munkaképletük az általános esetben.

$$\Delta\zeta_{A,B} = -0{,}0484_8 \sum_{i=A}^{k=B} / \xi \cos \alpha_{i,k} + \eta \sin \alpha_{i,k} / \ldots \quad 48$$

AG [m]

Az egységes poligonrendszerre illesztett vonalak, valamint a sűrítés számítása után mintegy 25-30 km sűrűségben kell lennie az ország egész területén egyenletes elosztásba undulació-pontoknak.

II.3.1.6. A geoid-térkép megszerkesztése

A 25-30 km pontsűrűség elérése után meg lehet szerkeszteni az asztrogeodéziai geoid izovonalas térképét 1:500 000 méretarányban 20 cm szintvonalakkal.

II.3.1.7. Pontossági vizsgálatok

A meghatározott undulació-értékek pontosságára - a geoid-térképnek mint végterméknek a megbizhatóságára többféleképpen következtethetünk:

1. Az alappontmeghatározó poligonrendszer esetében
   - a priori a poligonnégyszögek záróhibájából
   - a posteriori a poligonrendszer együttes kiegyenlítésének hálózati középhibájából.
2. A sűrítőpontok esetében a beillesztés magassági záróhibájából.

ad.1. A poligonrendszer kiegyenlítés előtti középhibáját egy, a háromszögelési hálózatok Ferrero-féle közelítő formulájának értelemszerű alkalmazásával kaphatjuk meg /H.Wolf Bambergi kiadványok 6/

$$\mu_P = \sqrt{\frac{l^2}{m}} \qquad \ldots. 49$$

ahol l: a poligonok záróhibája
m: a III. csoport szerinti kiegyenlítés feltételi-egyenletrendszerében az együtthatók száma.

- A hálózati kiegyenlítés után a pontossági mérőszámokat a választott kiegyenlítési csoport formalizmusának megfelelően kapjuk. A μ_o sulyegység-középhibája mind a II, mind a III. kiegyenlítési csoport esetén a csillagászati szintezés kilométeres középhibája, a poligonhosszak reciprok értékével történő sulyozásának megfelelően. A μ_o-ból így megkapjuk a kiegyenlitő számitás szóhasználatával élve a $\Delta\bar{H}$ " mérési eredmények kiegyenlítés utáni középhibáját". Maguknak a ξ undulációknak /geoidmagasságoknak/ a megbizhatóságát már a választott kiegyenlítési csoport szerint nyerjük. A III. csoport esetén /korrelátás kiegyenlítés/ "az együttesen kiegyenlitett menynyiségek függvényeiből alakitott függvény középhibája" képleteit alkalmazzuk, míg a II. csoportnál számitjuk a sulykoefficienseket, s ezekkel adódik a meghatározott ismeretlenek középhibája".

a.2. A sűrítőpontokat vagy a poligonrendszer oldalain határozzuk meg a magassági záróhiba elosztásával, vagy az egyes poligonok belsejében általában magassági előmetszéssel, esetleg beillesztett poligonok metszéspontjaiként. A kiegyenlítés, s így a középhibaszámítás is az I. kiegyenlítési csoport szerint történik.

- ha a magassági záróhibának az oldalhosszak fordított arányban történő elosztásával iktatunk be sűrítőpontokat úgy "a mérési eredmények különböző alapján" végzett kiegyenlítési megoldás értelemszerű alkalmazásával kapjuk, ha

δ : a magassági záróhiba
t : a beillesztett poligon hossza
K : a beillesztett poligonok száma
d : az észlelési differencia az említett kiegyenlítési eset képletsiben
v : a javítás ugyanebben a kiegyenlítési esetben
μ_x : valamely beillesztett pont undulációjának megbizhatósága

akkor, mivel esetünkben

$$v = \left|\frac{d}{2}\right| = \delta, \quad d = 2\delta$$

így

$$\mu_x = \pm\sqrt{\left[\frac{\delta^2}{t}\right]\frac{1}{k}} \quad \ldots\ldots \quad 50$$

A szummázás a poligonrendszer összes oldalaira vonatkozik, így μ_x bármely ilyen módon sűrített pont undulációjának a középhibáját jelenti.

- ha a poligonok belsejében határozzuk meg sűrítő-

pontokat magassági előmetszéssel, ugy a sulyozott középérték köznismert hibaképleteit használjuk.

- amennyiben beillesztett magassági poligonok metszéspontjaként kapunk sűritőpontokat az előbbi két eset hibaszámitását kombináljuk.

II.3.1.8. Gravimetriai függővonal-elhajlások beillesztése az asztrogeodéziai rendszerbe

Jóllehet hazánk egész területe be van fedve kielégitő sűrűségben nagy szabatosságu csillagászati pontokkal, s igy általában nem kerül sor a AD-ok rendszerének GD-okkal való sűritésére. A multban azonban volt ilyen megoldás, ~~a~~ részben ezért, részben a teljesség kedvéért röviden kitérünk erre a technológiai eljárásra is. Az "együttes feldolgozás elvét" jelentő 7. képletből adódóan

$$\Delta\nu = \nu_{AG} - \nu_{\Sigma}$$

$$= \nu'_{\Sigma} + \delta\nu \qquad \ldots. 51$$

Azaz az asztrogeodéziai és a gravimetriai elhajlások különbsége /AD-GD/ tartalmazza az alábbi két hatást:

- ν'_{Σ}: a gravimetriailag figyelembe nem vett területek által keltett függővonal-elhajlás
- $\delta\nu$ az abszolut /földi/ és relativ /geodéziai referencia/ ellipszoidok irányeltérése.

Ez a $\Delta\nu$ mennyiség - aminek a $\Delta\xi$ " és $\Delta\eta$ " összetevőjével dolgozunk a numerikus munkálatoknál -

már lineárisan interpolálható, s ez a tény ad lehetőséget az AD rendszer sűrítésére:

$$\nu^{Int}_{AG} = \nu^{\ell}_{\Sigma} + \Delta\nu^{\ell} \qquad \text{.... 52}$$

Tehát, mindezen pontokban, amelyeken mind csillagászati méréseket is végeztünk, mind gravimetriai feldolgozást is, képezzük a $\Delta\xi''$ és $\Delta\eta''$ különbségeket, megrajzoljuk mindegyik izovonalas térképét 1:500 000 méretarányban, 0,2" izovonal-közökkel, s ebből a térképből elvassuk ki a $\Delta\xi''$ ill. $\Delta\eta''$ értékeket az AD érték interpolálásakor ezen pontokban, ahol nem történt csillagászati észlelés, ellenben a DG összetevőket meghatároztuk.

Emellett a grafikus módszer mellett alkalmazhatunk numerikus eljárást is az interpolálásra. Mindazon pontokban, ahol a $\Delta\xi''$ ill. $\Delta\eta''$ értékek képezhetők felírjuk az alábbi közvetítő egyenleteket

$$\Delta\xi_i + v_i = a\,x_i + b\,y_i + c \quad /i=1,\ldots,k/$$

$$\Delta\eta_j + v_j = \alpha\,x_j + \beta\,y_j + \gamma \quad /j=1,\ldots,l/ \qquad \text{... 53}$$

Megfelelő számu fölös $\Delta\xi_i$ és $\Delta\eta_j$ érték esetén a legkisebb négyzetek módszerével - II. csoport szerint - kiegyenlitésszerűen határozhatjuk meg az ismeretlen a,b,c ill. α, β, γ együtthatókat. Az x és y koordinátákat elég önkényesen felvett síkkoordinátarendszerben grafikusan lemérni 1:500 000 vagy 1:1 000 000 méretarányu térképről. Az interpolálás az együtthatók számitása után ezekkel a lineáris egyenletekkel történik a sűritendő AD pontokra.

$$\Delta\xi = a x + b y + c$$

$$\Delta\eta = \alpha x + \beta y + \gamma \qquad \ldots 54$$

Az egységsulyu eredmény középhibája képletével formális pontossági mérőszám is rendelhető az eljáráshoz.

II.3.2. Csillagászati szintezés ξ és η numerikus értékeivel

Az unduláció-különbségeknek közvetlenül a ξ " és η " függővonal-elhajlás összetevők numerikus értékeiből történő számitását két körülmény hozta előtérbe:

1. Az asztrogravimetriai szintezés technológiájának bevezetése
2. A gépi-számitás általánossá válása

ad.1. Az asztrogravimetriai szintezés lehetővé teszi, hogy az asztrogeodéziai eljárásnál a függővonal-elhajlások változására tett indokolatlan lineáris hipotézis feloldásával egymástól nagy távolságban lévő /a mi viszonyaink közt mintegy 60 km/ egyenletes eloszlásu I.β. Geoid Magassági Hálózatot /a továbbiakban GMH/I/ létesitsünk, s ezen unduláció-alappontok közé már a grafikus eljárás részletező technológiájának mellőzésével /Δ s= 10 km szakaszokkal történő vonalintegrálás/ illeszthessük be a geoid térkép megbizható előállításához szükséges II.r.Geoid Magassági Hálózatot /a továbbiakban GMH/II/együttes kiegyenlitéssel mintegy 30 km oldalhosszal.

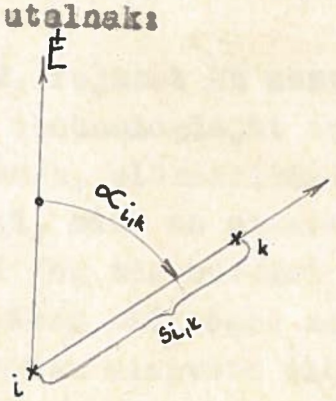
ad.2. A gép-számitás általánossá válása tette lehetővé a fentemlitett együttes GMH/II kiegyenlités könnyü elvégezhetőségét, s egyáltalában az általános α-azimutra vonatkozó, kézi számitásnál elég nehézkes munkaképlet egyszerü használatát.

A numerikus számitás <u>munkaképlete:</u>

$$\Delta\zeta^{[m]}_{i,k} = -0{,}00242\ 41\left[/\xi''_i + \xi''_k/\cos\alpha_{i,k} + /\eta''_i + \eta''_k/\sin\alpha_{i,k}\right] s^{[km]}_{i,k} \quad \ldots 55$$

ahol

- az állandó a grafikus vonalintegrálás 48 képlete együtthatójának fele, mivel most nem a két szakaszvégpont elhajlásainak a számtani közepét olvassuk le közvetlenül, hanem numerikusan kell azt képeznünk.
- az $s_{i,k}$ az "i" és "k" unduláció-pontok távolsága km-egységben, 3 tizedesre.
- az "i" és "k" indexek az egész $\Delta\zeta$ unduláció-különbség számitás folyamatát meghatározó <u>előjel-megállapodásra</u> utalnak:



azaz: mindig az "i"-ről számitunk a "k" pontra, s az $\alpha_{i,k}$ azimutokat is ennek megfelelően értelmezzük, s igy $\Delta\zeta_{i,k}$ a "k" pont undulációja-geoidális magasságkülönbsége - az "i" pont felett: "i" mindig a kisebbik pontszám: $i < k$.

Mind a számitásba bemenő adatok ésszerü csoportositása, mind magának az undulació-számitásnak a célszerü elrendezése megkivánja a munkaképletekben szereplő mennyiségek két csoportba osztását.

- Pontbeli értékek /egy-indexes mennyiségek/
- Oldalmenti értékek /két-indexes mennyiségek/

a. Pontbeli értékek:

ξ_i és η_i

ξ_k és η_k

b. Oldalmenti értékek:

$s_{i,k}$

$\alpha_{i,k}$

$\Delta\zeta_{i,k}$

Megjegyzés:

Mivel jelen II.3.2. fejezet az asztrogravimetriai szintezés komplex technológiáját tárgyaló II.3.3. fejezet bevezetésének, előkészitésének is tekinthető, igy mind a pontbeli, mind az oldalmenti értékek csoportja ott majd ki fog még bővülni a gravimetriai korrekció számitásához szükséges mennyiségekkel. Hangsulyozzuk, hogy az elapvető előjel-megállapodást mindig be kell tartani, az undulació-számitás,

geoid meghatározás mindegyik munkafázisában.

A $\Delta\zeta_{i,k}$ számítás munkamenete így:

1. A pontbeli értékek táblázatos összeállítása

2. Ezekből, valamint az $s_{i,k}$ oldalakból, azok $\alpha_{i,k}$ azimutjával az undulláció-különbségek számítása, ugyancsak táblázatos összeállitásban, mely célszerűen a következő oszlopokból áll:
   - oldal száma
   - oldal
     $i \rightarrow k$
   - a / $\xi_i + \xi_k$/ összeg
   - az /$\eta_i + \eta_k$/ összeg
   - az $s_{i,k}$ [km] oldal hossza
   - az $\alpha_{i,k}$ azimut értéke
   - a $\Delta\zeta_{i,k}$ undulláció különbség

Ez a táblázat tehát az oldalmenti értékek összeállítása, s az alábbi megjegyzéseket fűzzük hozzá:

- Az oldalak számozására ajánlatos valami rendszert kialakitani. Erre egyértelmű szabály aligha adható, de nem is szükséges: az adott feladat természetéből következik. Pl. országos hálózatainknál bevált a nyugatról keletre haladás.

- Az oldalt meghatározó "i" és "k" végpontok megadása feltétlenül szükséges, mert ezek alapján keressük ki a pontbeli értékek táblázatából a függővonal-elhajlás összetevőket, s képezzük
- azok / $\xi_i + \xi_k$/ valamint /$\eta_i + \eta_k$/ összegeit
- az $s_{i,k}$ oldalak és az $\alpha_{i,k}$ azimutok számitása általában az undulláció-pontok ellipszoidikus koordinátáiból történik II. geodéziai főfeladattal, megfelelő gépi programmal. Ezen számitás alkalmas

lebonyolításához <u>előírást</u> készitünk, aminek alapján egy munkatárs diktálja az <u>országos hálózat pontszámai</u> alapján a bemenő koordinátákat egy országos koordinátajegyzékből. Az előírás elrendezése: oldal száma /pirossal bekarikázva/

"i" országos pontszám /"i" undulació-hálózati pontszám/

/piros/ /kék/

"k" országos pontszáma /"k" undulació-hálózati pontszám/

/piros/ /kék/

pl.

1 71-4001 /023/ ⟶ 72-4001 /124/

/Ez az előírás nyilván csak a felsorolt oldal- és pontszámokat tartalmazza, a ϕ és L koordinátákat már nem; azokat ezen előírás alapján mondjuk be a számitógép kezelőjének/.

A $s_{i,k}$ oldalhosszakat km-egységben számittatjuk a programmal, 3. tizedes jegyre, az $\alpha_{i,k}$ azimutokat pedig másodpercre élesen. Kiiratjuk az összes bemenő adatokat is ellenőrzés céljából. A fenti példa-sor kiirt gépszámitása például

II. GEOD.FŐFELADAT

PSz.		FI			LAMBDA			ALFA		
1 71 4001=23	48	31	42	14	28	7	74	46	12	
72 4001=124	48	33	51	15	4	29	35.659			

Az oldal- és azimutszámitás végrehajtása után ennek eredményeit is bevezetve az oldalmenti értékek táblázatába, magukat a $\Delta\eta_{i,k}$ undulació-különbségeket az 55 munkaképletet már elektronikus zsebszámitógépen oldjuk fel, lehetőleg programozhatóan.

Az így meghatározott $\Delta\zeta_{i,k}$ értékek további felhasználása már aszerint történik, hogy a GMH/I, vagy a GMH/II a foglalkozás tárgya.

hogyan ???

II.3.3. Az asztrogravimetriai szintezés

A hazánk területére eső asztrognavimetriai geoid-darab meghatározása az <u>együttes feldolgozás</u> módszerével történt /I.5.4. pont/. A technológiai eljárás során felhasználásra kerülő függővonal-elhajlásokat a terepi ponton értelmezzük, a normál gravitációs térhez viszonyítunk Mologyenszkij szerint. /I.3.1. és I.3.2./ ezért a csillagászati méréseket redukálni kell a normál-függővonal-görbülete miatt/ az ellipszoidikus szélességeket a terepszintre kell vonatkoztatni a normál-függővonal görbületének figyelembevételével/.
Ezen vonatkoztatási irányok definició-szerüen a 3.a. ábrán láthatók.

A csillagászati mérések - s így a függővonal-elhajlások - terepi értékét az alábbi korrekcióval visszük át a Közepes Földi Ellipszoid /azaz az annak tekintett Krasszovszkij ellipszoid felületére/.

$$\phi_n - \phi = 0{,}171'' \, H \sin 2\phi \qquad \ldots 56$$

Ez az un. <u>normál-redukció</u> ahol:
ahol /3.b.ábra/:

ϕ_n : a normál nehézségi erőtér és az ellipszoidi egyenlítő szöge az "A" tereppontban.

ϕ : az "A" terepponton átmenő ellipszoid-normális és az ellipszoidi egyenlítő szöge.

H : az "A" tereppont normálmagassága km-egységben.

/Látható, hogy ez a normálredukció hazánk viszonyai mellett még 0,2" sincs/.

H ezt a $/\phi_n - \phi/$ =K redukciót /3.c.ábra/

+ előjellel alkalmazzuk, ellipszoid-felületi adatot visz át terepszintre $\phi_n = \phi + 0{,}171''\ H \sin 2\varphi$/

- előjellel alkalmazva terepi adatot visz át az ellipszoid felületére $/\phi = \phi_n - 0{,}171''\ H \sin 2\varphi$/

A képlet levezetésében csak a normál nehézségi erőtér szerepel, s így ez a redukció semmiféle információt nem tartalmaz a referencia-ellipszoidra vonatkozóan, s így a terepi csillagászati /nevezetesen földrajzi szélesség/ méréseknek a normál-függővonal görbületi miatti javitását jelenti.

Összefoglalva a normál redukció alkalmazását:

- az asztrogeodéziai függővonal-elhajlás definició-szerüen:

$$\xi_{AG} = \varphi - \phi_n$$

tehát

$$\xi_{AG} = \underbrace{\varphi - |\phi_n - \phi|}_{\text{ellipszoidra}} - \phi$$

azaz: a csillagászati mérés átvitele az ellipszoidra a normál függővonal-görbületének a figyelembevételével.

$$\xi_{AG} = \varphi - \underbrace{[\phi + |\phi_n - \phi|]}_{\text{terepre}}$$

azaz: az ellipszoidikus szélességnek a terepszintre vonatkoztatása a normál-függővonal görbületének figyelembevételével

φ : a terepen mért csillagászati szélesség. /A λ értékeket nem kell normál reduckióval ellátni, mert a normál függővonalnak csak meridiánba eső görbülete van/.

Az asztrogravimetriai szintezés munkaképletébe az ilymódon redukált ξ_{AG} elhajlások / φ csillagászati szélességek/ számértékeit helyettesitjük be.

II.3.3.1. <u>Az I.r.Geoid Magassági Hálózat: GMH/I</u>

Feladatunk az ország területére eső <u>asztrogravimetriai geoid</u> -darab /a továbbiakban: <u>AGRG</u>/ meghatározása az asztrogravimetriai szintezés módszerével, s igy az erre szolgáló hálózat csak olyan felsőrendü háromszögelési pontokból állhat, melyeken mind korszerü, nagy szabatosságu csillagászati helymeghatározás történt, mind a gravimetriai függővonal elhajlás összetevőit meghatároztuk a gravitációs anomáliák kb. 300 km-ig történt feldolgozásával /XIII. Geremejev-zóna/. Az ilyen pontok az <u>asztrogravimetriai pontok</u> /továbbiakban: <u>AGP</u>/.

Ezen pontokból ugy kell <u>háromszöghálózatot</u> kialakitani, hogy az <u>átlagos oldalhossz</u> legfeljebb. <u>80 km</u> legyen; az Alföldön, szélső esetben megengedhető 100 km is. Hegyvidékeken, de főleg a hegység és medence-környezete peremvonalát keresztező oldalaknál törekedni kell, hogy azok az átlagosnál jelentősen

rövidebbek legyenek.

Az AGP-ból ilymódon létrehozott, kizárólag zárt háromszögekből álló hálózat az I.r. Geoid Magassági Hálózat /a továbbiakban: GMH/I/. Ebben a hálózatban az undulació-különbségeket Mologyenszkij asztrogravimetriai szintezésével határozzuk meg, tehát minden oldalon számitjuk a gravimetriai korrekciót. /I.5.5. fejezet, 26. és 27. képletek/. Az így nyert geoid-magassági adatrendszert egyben egyenlitjük ki, számitógépen.

Mivel a GMH/I pontsűrüsége még nyilván nem elegendő a geoid-darab megbizható ábrázolásához, ezért ezt a nagy szabatosságu undulació-rendszert még süritenünk kell az egyben kiegyenlitett GMH/I magasságok kényszerével. A süritőhálózat azon felsőrendü háromszögelési pontokból áll, amelyeket a GMH/I-be nem vontunk be, mivel ezeken

- csak csillagászati mérés történt, de gravimetriai feldolgozást nem végeztek
- csak gravimetriai feldolgozás történt, csillagászati mérés nem
- csak gravimetriai feldolgozás történt, de még az sem a szükséges kb. 300 km környezetében.

A függővonal-elhajlások I.5.4. valamint II.3.1.8. pontokban ismertetett interpolálási eljárással mindezekből egy Egységes Asztropont Rendszert /a továbbiakban: EAPR/alakitunk ki.
Ez a II.r.Geoid Magassági hálózat /a továbbiakban: GMH/II/, melyet együttes kiegyenlitéssel illesztünk a GMH/I.-be.

Jelen II.3.3.1. főfejezet a GMH/I létesitését ismerteti, a II.3.3.3. pedig erre támaszkodva a GMH/II kialakitásával a teljes GMH technológiai folyamatát.

II.3.3.1.1. A munkaképlet

Az asztrogravimetriai szintezés I.5.5. fejezetben megadott 26. szerinti elvi képletének gyakorlati munkaképlet alakja - a tagokat a számítás belső logikája szerint csoportosítva - az alábbi:

$$\zeta_k^{AG} - \zeta_i^{AG} =$$

$$N_k^{AG} - N_i^{AG} =$$

$$\Delta\zeta_{i,k}^{[m]AG} = \qquad \ldots 57$$

$$= -\frac{c}{2}\left[\left(\xi_i''^{A} + \xi_k''^{A}\right)\cos\alpha_{i,k} + \left(\eta_i''^{A} + \eta_k''^{A}\right)\sin\alpha_{i,k}\right]\Delta_{i,k}^{[km]} \ldots 57/a$$

$$\left.\begin{aligned} &+ \left\{\frac{c}{2}\left[\left(\xi_i''^{G} + \xi_k''^{G}\right)\cos\alpha_{i,k} + \left(\eta_i''^{G} + \eta_k''^{G}\right)\sin\alpha_{i,k}\right]\Delta_{i,k}^{[km]} \ldots 57/b \right. \\ &+ \left.\left[\Delta N_k^{[m]} - \Delta N_i^{[m]}\right]\right\} \ldots 57/c \end{aligned}\right\} 57$$

A munkaképletben szereplő <u>jelölések</u>:

N: a ζ geoid-undulációt gyakori szakirodalmi jelölése

$\Delta\zeta$: undulációkülönbség, a "geoid-szintezések" "mérési eredménye".

Felső indexek:

A : asztrogeodéziai

G : gravimetriai

AG: asztrogravimetriai

Alsó indexek:

i,k a "szintezési" oldal kezdő és végpontja, az előjelmegállapodás szerint /II.3.2. fejezet/

A mennyiségek:

ξ'' η'': a függővonal-elhajlás komponensek másodperc-értéke

α: a "szintezési" oldal azimutja

s : a "szintezési" oldal hossza /az AGP-ok távolsága/

ΔN : "gravimetriai magasság"

Az <u>állandó</u>:

$\frac{c}{2} = 0{,}00242_4\ 066$

/ha a távolságok <u>km</u>, a magasságok <u>m</u> egységben vannak/.

A <u>tagok</u> értelmezése

<u>57/a.</u>

$$-\frac{c}{2}\left[\left(\xi_i''^{A}+\xi_k^{A}\right)\cos\alpha_{i,k}+\left(\eta_i''^{A}+\eta_k''^{A}\right)\sin\alpha_{i,k}\right]s_{i,k}^{[km]}$$

azaz "Csillagászati szintezés ξ és η numerikus értékeivel". A II.3.2. fejezet ismerteti a végrehajtását.
Eredménye: $\Delta\zeta^{A}_{i,k}$

57/b.

$$+\frac{c}{2}\left[\left(\xi''^{G}_{i}+\xi''^{G}_{k}\right)\cos\alpha_{i,k}+\left(\eta''^{G}_{i}+\eta''^{G}_{k}\right)\sin\alpha_{i,k}\right]s^{[km]}_{i,k}$$

azaz a "hagyományos" csillagászati szintezéssel teljesen analóg tag, csak az asztrogeodéziai elhajlások helyett a gravimetriai /"paletkázott"/ függővonal-elhajlás összetevők szerepelnek benne, így numerikus feldolgozásának technológiája azonos az előbbi 57./a. tagéval /II.3.2. fejezet/. Megnevezésére javasoljuk: gravimetriai szintezés. Eredménye: $\Delta\zeta^{G}_{i,k}$

57/c.

$\left[\Delta N^{[m]}_{k} - \Delta N^{[m]}_{i}\right]$: a "k" és "i" AGP-ok gravimetriai magasságainak különbsége /ebben az értelemben/.

Jele: $\delta\,/\Delta N/$ A "Δ" jel a véges sugaru - kb. 300 km - gravitációs feldolgozásra utal.
Számításukat a következő II.3.3.1.2. fejezet tárgyalja.

57/d.
az 57/b. és 57/c. tagok algebrai összege, s ez már az asztrogravimetriai szintezés lényegét jelentő "gravimetriai korrekció". Jele: $\delta\,/\Delta\zeta/$

Számértéke hazánk viszonyai között néhány dm, többször kb. 1 m; egy esetben 2 m körül volt.

57:

Az asztrogravimetriai szintezés eredménye, a "k" pont "i" pont feletti undulációja /unduláció-különbsége/, jele: $\Delta\zeta^{AG}_{i,k}$

Ezekkel a jelölésekkel munkaképletünk szimbólikus alakja:

$$\Delta\zeta^{AG}_{i,k} = \Delta\zeta^{A}_{i,k} + \left\{\Delta\zeta^{G}_{i,k} + \delta(\Delta N_{i,k})\right\} = \Delta\zeta^{A}_{i,k} + \delta(\Delta\zeta_{i,k}) \qquad \ldots 58$$

Az 57. munkaképletben szereplő mennyiségek - a $\frac{c}{2}$ állandótól eltekintve - a II.3.2. fejezetben leirtakhoz hasonlóan, az ott leirtakat kibővitve, továbbfejlesztve két csoportba osztathatók:

a. Pontbeli értékek /egy-indexes mennyiségek/

ξ^{A}_{i} és η^{A}_{i}

ξ^{G}_{i} η^{G}_{i}

ΔN_{i}

b. Oldalmenti értékek /két-indexes mennyiségek/

$\lambda_{i,k}$, $\alpha_{i,k}$

$\Delta\zeta^{A}_{i,k}$, $\Delta\zeta^{G}_{i,k}$

$\delta/\Delta N_{i,k}/$, $\delta/\Delta\zeta_{i,k}/$

$\Delta\zeta^{AG}_{i,k}$

A GMH/I számitásának menete igy:

1. A pontbeli értékek összeállitása
2. Ezekből, valamint az $s_{i,k}$ oldalakból, azok $\alpha_{i,k}$ azimutjával az ismeretlen oldalmenti értékek számitása, ami az 56 munkaképlet kiértékelését jelenti.
3. Az ezen számitás végeredményeként kapott undulációkülönbségek kiegyenlitésével egységes GMH/I. létrehozása.

Az ismeretlen oldalmenti értékek számitásának, azaz az 57 munkaképlet numerikus kiértékelésének célszerü elrendezését a 19. melléklet mutatja: Az asztrogravimetriai szintezés számitása. /A mellékletbe bejegyzett számértékek egyuttal nagyságrendi tájékoztatást is adnak/.

Magának a numerikus munkának a végrehajtására a II.3.2. fejezetben mondottak vonatkoznak, értelemszerüen.

Az undulációkülönbségek meghatározását követő kiegyenlitésre való tekintettel minden magasságjellegü /m-dimenzióju/ mennyiséget 6 tizedesre élesen számitunk.

II.3.3.1.2. A Δ N gravimetriai magasságok

A I[1].3.3.1.1. fejezet 57. munkaképletének 57/c tagja a gravimetriai magasságok különbsége

$$\left[\Delta N_k^{[m]} - \Delta N_i^{[m]}\right] \quad \ldots 57/c.$$

Az asztrogravimetriai szintezés elméletét vázoló I.5.5. fejezet szerint ezen gravimetriai magasság-különbségek értelmezése:

$$\Delta N_k - \Delta N_i = - \int_i^k \nu^z ds$$

azaz az általános $\alpha_{i,k}$ azimutban fekvő gravimetriai függővonal-elhajlás értékek negatív vonalintegrálja az i és k pontok között. Gravimetriai mennyiségről lévén szó ezeket is a gravitációs anomáliák, valamint tengerszint feletti topográfiai tömegek hatásának kiértékelésével kapjuk, mint a gravimetriai függővonal-elhajlás ξ és η komponenseinek számértékeit, mégpedig ugyanazon térképi kiolvasások feldolgozásával. Ahogy mind a ξ, mind az η komponenseket ugyanazon kiolvasásokból kapjuk, csak másmás állandókkal létrehozott lineáris kombinációk alapján, ugyanígy a Δ N értékeket is, megint csak más és más együtthatók segítségével.

Mivel az anomáliák számértéke az előállításuknál alapul vett normál / γ / képletnek is függvénye, másszóval az anomáliák mindig valamely meghatározott ellipszoidnak felelnek meg, így sor kerülhet a Δ N gravimetriai magasságoknak egyik normálképletről a másikra való átszámítására, azaz a Δ N értékeknek egyik ellipszoidról a másikra való vonatkoztatására.

Tehát a Δ N gravimetriai magasságokkal kapcsolatban szó van ezek
- számitásáról
- átalakitásáról.

II.3.3.1.2.1. A Δ N gravimetriai magasságok számitása

A Δ N értékek ezen számitási módjának igen nagy előnye, hogy nem igényli a gravitációs anomáliák /ill. tengerszint feletti magasságok/ ujabb kiolvasását, hanem a függővonal-elhajlás ξ " és η " összetevőinek nyerése végett már ugyis kiolvasott, a Jeremejev zónáknak megfelelő értékeket használja fel. /10-17 sz. mellékletek/.

Az ismert ürlapokban most soronként kell összegezni a már bejegyzett anomália-értékeket, ill. tengerszint feletti magasságokat, azaz zónánként. /Emlékeztetünk, hogy a ξ " és η " komponensek számitásakor oszloponként összegeztünk, azaz szektoronként/.
Ezután minden sorösszeget szorozni kell az illető sorhoz /azaz zónához/ tartozó állandóval, s ezen szorzatoknak a teljes integrálási tartományra /a gravitációsan figyelembe vett összes Jeremejev-zónára/ vett összege szolgáltatja az illető pontban a Δ N gravimetriai magasságot.

Mivel igy a Δ N értékek képzése éppen ugy homogén lineáris müveletekkel történik mint az elhajlás-komponensek számitása, /előjelhelyes összevonásuk, állandókkal való szorzás/, tehát a gravimetriai magasságok is a 74 évi technológiának megfelelő összetevők eredőjeként állnak elő:
- Belső zóna
- Bouguer - belföld

	Középső gyürü I-VIII. /I-VI.és VII.-VIII/
- Hipszo - belföld	
- Bouguer - külföld	
- Hipszo - külföld	

	Külső-gyürü IX.-XIII.
- Átlag - Faye	
- Bouguer - külföld	
- Hipszo - külföld	

Az együtthatók mind pozitivek, a függvényei az anomália-feldolgozás /$\sum$ / sugarának. Ez a sugár r_0=305,4 km /XIII.zóna/, de megadjuk azokat az r_0=102,6 km /VIII zóna/ és r_0=159,6 km /X. zóna/ sugaru feldolgozási tartományokra is.

Jeremejev-zóna	r_0=102,6 km /VIII.zóna/	r_0=159,6 km /X.zóna/	r_0=305,4 km /XIII.zóna/
I	0,000 14	0,000 14	0,000 15
II	20	21	21
III	28	29	30
IV	38	41	44
V	49	56	62
VI /48,5 km/	59	73	86
VII	60	91	117
VIII	33	96	151
IX		31	70
X		13	74
XI			73
XII			58
XIII			25

Az együtthatók dimenziója: m/mgal.

Az emlitett homogén lineáris előállitás miatt a topográfiai /hipszometrikus/ térképek kiolvasásaiból nyert szorzatösszegekből ugyanazokkal a

hipszometrikus szorzókkal kapjuk a tengerszint feletti tömegeknek megfelelő ΔN összetevőket, mint a ξ és η függővonal-elhajlásokat, tehát a 74. évi technológia alkalmazása esetén:

Belföldön: 8,38 h [mgal], a h magasságok 100 m egységben olvasva ki

Külföldön: 34,1 h [mgal], a h magasságok 1000 láb egységben olvasva ki.

A Belső zóna, és ezen belül a Belső-mag feldolgozását a következőképpen végezzük:

a/ A Belső-zóna sugara a Jeremejev-beosztás szerint 5,0 km, ezen belül a Belső-magé r_o=1,094 km /≈1,1 km/

b/ Az 1,1 km-5,0 km körgyűrűt négy belső körgyűrűbe osztjuk, így:

Külső sugár /km/	Szorzó
a: 1,6	0,000 03
b: 2,3	0,000 05
c: 3,4	0,000 07
d: 5,0	0,000 10

A megfelelő ΔN_{a-d} hatás képzése ugyanúgy történik, mint fent, az I-XIII. zónákban.

c/ A Belső-magot paraméterértékekkel oldjuk meg olymódon, hogy két koncentrikus kört rajzolunk benne,

$r_{köz}^2$ = 0,697 km

és

ρ_o = 0,300 km

sugarakkal, s ezeken olvassuk le az anomáliákat a 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 szektorok középvo-

nalában /16 szektoros körhárfa/.

Ezekkel a paramértékekkel a Belső-mag által keltett gravimetriai magasság-összetevőt így számitjuk:

$$\Delta N_{o-r_o} = 0{,}000\,04 \sum_{k=1}^{8} \Delta g_k / \rho_o / + 0{,}000\,10 \sum_{k=1}^{8} \Delta g_k / r_{kör}^2 /$$

ahol: Δg_k az anomália-térképről a ρ_o ill. $r_{kör}$ kör területén kiolvasott peremérték.

II.3.3.1.2.2. A ΔN gravimetriai magasságok átalakitása

Geodéziai gravimetriai alapanyagaink döntő hányada a Cassinis /1930/-féle un. "nemzetközi" normálképletre van vonatkoztatva, tehát referencia felülete a Hayford-ellipszoid, már pedig nekünk a Kraszovszkij-ellipszoid feletti undulációkat kell meghatároznunk, s igy a Helmert 1901 féle normálképlettel számitott anomáliákra van szükségünk.

A normálképletek eltérése a gravimetriai függővonal-elhajlások meghatározásánál közömbös, mivel a számitás szimmetria viszonyai miatt ez a hatás kiküszöbölődik: minden egyes kompartimentnek meg van az ellenkező előjelü ellenpárja, mind az "x", mind az "y" tengelyre vonatkozóan. Ez fizikailag úgy értelmezhető, hogy ha a függővonal alá központosan egy korong alaku tömeget helyezünk, úgy az a szimmetria miatt semmi irányeltérítő hatást nem tud kifejteni. Igaz ugyan, hogy a különböző formulákból számitott normálértékek eltérése nem állandó, hanem a földrajzi szélesség függvénye, de:

- <u>ezen eltérés változása</u> abszolut értékben <u>elhanyagolható</u> a Vening Meinesz formula szerinti függővonal-elhajlás meghatározásakor. Ez a ξ/η kom-

ponensek képzésénél lényeges.

- ezen eltérés változása a gravimetriai feldolgozás tartományán /300 km sugaru kör/ és élességén belül lineárisnak tekinthető, azaz a AGP-ra antiszimmetrikus. Ez a ΔN számitásánál döntő.

Ugyanis a ΔN számitásakor a γ-ban adódó eltérés már nem esik ki a gravimetriai magasság képzése során, mivel ez a számitás zónánként történik, mig a függővonal-elhajlásoknál a szektorok szerinti előjel-antiszimmetria eredményezi az eliminációt. De következik ez a geometriai szemléletből is, hiszen a normálképletek eltérése a két ellipszoid egymástól való távolságát reprezentálja fizikailag, a vizsgált pontban.

Felhasználva a két féle normálérték eltéréséről mondottakat, korrekciókat számitunk a Cassinis-féle anomáliákból számitott ΔN gravimetriai magasságoknak a Helmert 1901 képletnek megfelelővé alakitására.

Bevezetjük az ezen átszámitásról alapvető $\delta/\Delta g_F/$ mennyiséget igy:

$\Delta g_F^H = g_m - \gamma_H$ a Helmert 1901 normál-képlettel számitott Fayo-anomália

$\Delta g_F^C = g_m - \gamma_C$ ugyanez a Cassinis 1930 nemzetközi formulával

Mivel a Cassinis 1930→Helmert 1901 átalakitás a feladatunk:

$$\delta/\Delta g_F/ = \Delta g_F^H - \Delta g_F^C = g_m - \gamma_H - /g_m - \gamma_C/ = \gamma_C - \gamma_H$$

A megfelelő normálképletekből kapjuk

$$\delta/\Delta g_F/=\gamma_c-\gamma_H=+19{,}0-13{,}201\sin^2\varphi+1{,}076\sin^2 2\varphi \quad [mgal] \qquad \ldots 59$$

ahol: φ a földrajzi szélesség

Magyarország területén a képletből számítható eltérés-változás

0,212 mgal/100 km

míg maga a $\delta/\Delta g_F/$ érték + 13 mgal közül van.

A ΔN-értékek számítása az anomália-feldolgozó ürlap sorösszegeiből történik, tehát Jeremejev-zónánként, így a vizsgált ponton átmenő KNy-irányu egyenesre vonatkozóan antiszimmetria van: amennyivel nagyobb ezen szimmetria-egyenestől D fekvő kompartimentben a $\delta/\Delta g_F/$ érték, a mindig meglévő E fekvésü párjánál annyival kevesebb /ez az antiszimmetria/. Így elegendő minden egyes kompartiment anomáliáját ugyanazzal az értékkel javitani, nevezetsen a középpontra, a feldolgozandó AGP-ra számitott $\delta/\Delta g_F/$-el.

Az átalakitás végrehajtásának formulái most már a Jeremejev-féle zónáknak a 74-évi technológiának megfelelő csoportositása szerint

A Belső-magnál:

$$0{,}000\,04\ \delta/\Delta g_F/\ \times 8+0{,}000\,10\ \delta/\Delta g_F/\ \times 8=0{,}00\,112\times[\delta/\Delta g_F/] \qquad \ldots 60$$

A Belső-zóna gyűrűinél /a,b,c,d gyűrűk/

$$\sum\left[\begin{matrix}0{,}000\,03\\05\\07\\10\end{matrix}\right]\times[\delta/\Delta g_F/]\times 16=0{,}00400\times[\delta/\Delta g_F/] \qquad \ldots 61$$

A Belső-zónánál összesen:

$0{,}00512 \times [\delta / \Delta g_F /]$ ... 62

Középső gyűrű /I-VIII.zónák: 5,0-102,6 km/

I-VI.zónák

$[0{,}000\,15 + 21 + 30 + 44 + 62 + 86] \times [\delta / \Delta g_F /] \times 16 = 0{,}04128 \times [\delta / \Delta g_F /]$ ... 63

VII-VIII. zónák

$[0{,}000\,117 + 115] \times [\delta / \Delta g_F /] \times 16 = 0{,}04288 \times [\delta / \Delta g_F /]$ ... 64

Külső gyűrű /IX.-XIII.zónák: 102,6-305,4 km/

$\sum [0{,}000\,70 + 74 + 73 + 58 + 25] \times [\delta / \Delta g_F /] \times 24 = 0{,}072\,00 \times [\delta / \Delta g_F /]$ ... 65

Ahol:

$\delta / \Delta g_F /$ az 59 képlettel lesz számitva a szóbanforgó ACP φ -jével.

A homogén linearitás miatt a zónák tetszőlegesen csoportosithatók, a hatások /a korrekciók/ additivek.

Pl.:

A teljes középső gyűrű /I-VIII.zónák: 5,0-102,6 km/

$[0{,}041\,28 + 0{,}042\,88] \times [\delta / \Delta g_F /] = 0{,}08416 \times [\delta / \Delta g_F /]$ ... 66

A <u>középső és külső gyűrűk együtt</u> /I-XIII.zónák;5,0-305,4 km/

$$\left[0{,}084\,16 + 0{,}072\,00\right] \times \left[\delta / \Delta g_F\right] = \underline{0.15616} \times \left[\delta / \Delta g_F\right] \quad \ldots 67$$

A <u>74 évi technológiánál</u> ez az utóbbi eset áll fenn, mivel a Belső-zónát mindig a Helmert 1901 normálképlettel saját magunk által számitott Faye-anomáliák alapján értékeljük ki, míg a többi területen az összes gravitációs alapanyag a Cassinis-képletre vonatkozik. Az 1974 év előtt készült geodéziai gravimetriai feldolgozásoknál előfordulhat más kombináció is, például az 1969 évi asztrogeodéziai geoid munkálatainál egyes pontok Belső-zónája Cassinis-képletü alapanyagból lett kiértékelve.

Igen fontos szem előtt tartani, hogy a 60-67 Δ N-átalakitó fordulák a teljes <u>antiszimmetria</u> fennállása mellett lettek levezetve, tehát ha teljes <u>Jeremejev-zónát számitunk át</u> egyik normálképletről a másikra. A gyakorlatban mindig ez az eset fordul elő, de ha különleges vizsgálatoknál, kiértékeléseknél valamely körgyürü - egy zóna, vagy inkább egy zónacsoport - területének egy része Helmert 1901, más része Cassinis 1930 normálképletü alapanyaggal lett feldolgozva, ugy az átalakitásnál erre esetenként figyelmet kell lenni, esetleg kompartimentenként korrigálva a kialakitott anomália-értékeket.

II.3.3.1.3. <u>A kiegyenlités</u>

II.3.3.1.3.1. <u>A magassági háromszögek zárása Ellenőrzések</u>

A GMH/I együttes kiegyenlitése előtt összeállitjuk a magassági háromszögek zárását, részben esetleges durva hibák felfedése céljából, részben pontossági vizsgálatok, megbizhatósági becslések miatt; nem

utolsó sorban a gravimetriai korrekció pontosságfokozó hatásának kimutatására.

Az alábbi mennyiségeket állitjuk össze "háromszögzárás"-szerüen:

$\Delta^{A} = \sum \Delta\xi^{A}$: a csillagászati szintezés háromszögzárása

$\sum \delta / \Delta\xi /$: a gravimetriai korrekciók előjelhelyes összege egy magassági háromszögben

$\Delta^{AG} = \sum \Delta\xi^{AG}$: az asztrogravimetriai szintezés háromszögzárása.

$\Delta^{G} = \sum \Delta\xi^{G}$: a "gravimetria szintezés" háromszögzárása

/A jelöléseket illetően lásd részletesen a munkaképlet 57/a, b, c, d és 58 alakjait/.

Alapvető összefüggések a háromszögzárások között:

$$\Delta^{AG} = \Delta^{A} + \sum \delta / \Delta\xi / \qquad \ldots 68$$

$$\Delta^{G} = \sum \delta (\Delta\xi) \qquad \ldots 69$$

$$\Delta^{AG} = \Delta^{A} + \Delta^{G} \qquad \ldots 70$$

Továbbá:

$$\sum \delta / \Delta N / = 0 \qquad \ldots 71$$

A68 és 69 összefüggés ellenőrzést jelent a táblázatos formában összeállitott háromszögzárásokra /21. melléklet/.

Nyilvánvaló, hogy

a/ a $\sum \delta l \Delta \zeta$ / mennyiség, a gravimetriai korrekciók előjelhelyes összege a /$\Delta^{AG} - \Delta^{A}$/ záróhiba változása, s mint ilyen az együttes feldolgozás javító hatását méri, másrészt:

b/ ha nincs gravimetriai záróhiba: $\Delta^{G} = 0$; ugy $\Delta^{A} = \Delta^{AG}$, tehát a csillagászati szintezés azonos a fizikai valósággal.

II.3.3.1.3.2. <u>A hálózati kiegyenlítés módszere és végrehajtása</u>

Az asztrogravimetriai szintezéssel létesitett GMH/I.-et a <u>közvetett mérések módszere</u> szerint egyenlitjük ki /II. kiegyenlitési csoport, un. "Koordináta-kiegyenlités"/

<u>A közvetitő egyenletek:</u>

$$h_{i,k} = x_k - x_i$$

ahol:

$h_{i,k}$: a pontok /mért és kiegyenlitendő/ magasságkülönbsége

x_k, x_i : a pontok /ismeretlen, meghatározandó/ magassága

<u>A javitási egyenletek:</u>

a/ ha az undulációkra, - lévén azok 1-2 m nagyságuak - nem vezetünk be előzetes értékeket:

$$v_{i,k} = \zeta_k^{AG} - \zeta_i^{AG} - \Delta\zeta_{i,k}^{AG}$$

$$= \zeta_k^{AG} - \zeta_i^{AG} + l_{i,k} \qquad \ldots 72$$

ahol: $l_{i,k}$ a "tisztatag":

$$l_{i,k} = - \Delta \zeta^{AG}_{i,k} \qquad \ldots 73$$

azaz az asztrogravimetriai unduláció-különbség fordított előjellel

b/ ha előzetes értékeket vezetünk be az undulációkra /geoid-magasságokra/:

$$h_{i,k} + v_{i,k} = x_k^0 + \delta x_k - x_i^0 - \delta x_i$$

/0-index: előzetes érték/

Áttérve a kiegyenlitendő asztrogravimetriai magasságkülönbségekre:

$$v_{i,k} = \delta x_k - \delta x_i + \Delta \zeta^{AG}_{előz} - \Delta \zeta^{AG}_{mért} \qquad \ldots 74$$

A súlyozással, s az azzal kapcsolatos megbizhatósági mérlegelésekkel a következő fejezetben foglalkozunk.

II. csoport szerinti kiegyenlitésről lévén szó, egy kiinduló geoid-magasságot fel kell vennünk - valamelyik ismeretlennek számértéket kell adni - különben a normálegyenletrendszer határozatlanná válik. /Ezen számitási kezdőpont felvételét illetően lásd II.3.1.4. pontot/.

Magának a kiegyenlitésnek a végrehajtása számitógépen történik.

(közvetítő egyenlet!)

A kiegyenlités végeredményeit a <u>javitási egyenletekbe való visszahelyettesitéssel ellenőrizzük:</u> azaz a kiegyenlitett - végleges - geoid-magasságkülönbségeket egyszer számitottuk a javitások és a kiegyenlitetlen magasságkülönbségek összevonásával, másodszor a kiegyenlitésből nyert megfelelő geoid-magasságok kivonásával:

AG

$$\Delta\zeta_{i,k} + v_{i,k} = /\zeta_{k'} - /\zeta_{i'}$$

II.3.3.1.3.3. <u>A sulyozás</u>

A kiegyenlités előtt a priori középhiba-számitást végzünk, s ennek alapján vesszük fel a kiegyenlitendő undulációkülönbségek - mint "mérési eredmények" - sulyait.

Az együttes feldolgozás alapvető mennyiségei a $\Delta\xi$ és $\Delta\eta$ különbségek /I.5.4. és II.3.1.8. fejezetek/, ezekkel alakitjuk ki az alábbi középhibákat:

$$m''_{\Delta\xi} = \pm\left(\frac{\Sigma(\Delta\xi_s - \Delta\xi_i)^2}{2n}\right)^{1/2}, \quad m''_{\Delta\eta} = \pm\left(\frac{\Sigma(\Delta\eta_s - \Delta\eta_i)^2}{2n}\right)^{1/2}$$

... 75

$$m''_{\Delta N} = \pm\left(\frac{m^2_{\Delta\xi} + m^2_{\Delta\eta}}{2}\right)^{1/2}$$

Tehát a GMH/I <u>összes oldalára</u> képezzük az oldalak végpontjai szerint mind a $\Delta\xi$, mind a $\Delta\eta$ értékek különbségeit, s az ezekből számitható középhibák négyzetes közepe szolgál a hálózat pontosságának elbirálására, s a sulyok megállapitására is. Szakirodalmi adatok és a Szolgálat munkálatai szerint részletes gravitációs hálózat esetén az $m_{\Delta N}$

- sikvidéken ± 0,3" - ± 0,5"
- hegyes vidéken ±1,0" - 1,4"

nagyságot tesz ki.

Maguknak a <u>$\Delta\xi$ és $\Delta\eta$ értékek különbségeire</u> a megengedett maximum:

- sikvidéken: 1,0"

- hegyes vidéken: 2,5"

Mivel a $\Delta\xi$ /ill. $\Delta\eta$/ értékekben a gravimetriailag fel nem dolgozott területek hatása /a 300 km sugáron túli részek/ jut kifejezésre, valamint a Közepes Földi és referencia ellipszoidok eltérése, s ezen két hatás mindegyike az oldalak végpontjai szerint végzett különbségképzés miatt gyakorlatilag kiesik, ezért nagy $/\Delta\xi_k - \Delta\xi_i/$, - ill. $/\Delta\eta_k - \Delta\eta_i/$ értékek azt mutatják, hogy nem megfelelő a

- csillagászati mérések pontossága
- a gravimetriai feldolgozás minősége.

Mivel hazánkban a csillagászati meghatározások nagy szabatosságúak, gravitációs felmértségünk pedig igen sűrű, így az ezen eltérések kiugróan nagy értékei a külföldi gravimetriai alapanyagok nem kielégítő voltára utalnak.

A <u>súly</u> képlete most már:

$$P_{i,k} = \frac{1}{m^2_{\Delta\ell}} \quad \frac{1}{s^2_{i,k}\,[km]} \qquad \ldots 76$$

A képlet numerikus alkalmazásánál jól kezelhető számértékeket kapunk, ha az $s_{i,k}$ oldalak hosszát 1000 km-es egységben helyettesítjük be. A súlyok számítása 2-tizedesre élesen történik.

II.3.3.2. Az I.5. Geoid Magassági Hálózat sűrítése: a GMH/II.

II.3.3.2.1. A sűrítés alapelve

A mintegy 60-80 km oldalhosszu GMH/I pont sűrüsége még nyilván nem elegendő a geoid-darab valósághü ábrázolásához, hanem azt sűritenünk kell ugy, hogy kb. 30 km átlagos távolságban legyenek megbizható, egymással összhangban lévő undulációértékeink. Alapelv, hogy minden rendelkezésünkre álló korszerü csillagászati mérést és minden gravimetriai feldolgozást be kell vonnunk ebbe a sűritésbe, mert ez a két mérésfajta határozza meg a Föld alakját, s az asztrogravimetriai geoidot az információ teljesség igényével készitjük.

A csillagászati észlelések figyelembevétele semmi problémát nem jelent, de nem igy van a gravimetriai elhajlásokkal. A megkövetelt pontossági igényeket kielégitő feldolgozás sugara kb. 300 km /XIII. Jeremejev zóna/, de a Szolgálat fizikai geodéziai munkálatai kezdeti idejében nagyon sok kiértékelés történt mintegy 50 km sugaru környezettel /VI.Jeremejev-zóna/. Igy ezek a ξ^G és η^G értékek önmagukban nézve azokat, nyilván nem alkalmasak a nagy szabatosságu GMH/I-be való bedolgozásra, másrészt mint a Szolgálat legnagyobb gravimetriai adathalmaza semmiképpen nem hagyhatók figyelmen kivül, ha geoidunkat a valósághoz minél közelebb akarjuk hozni. Ezen ellentmondás feloldását az együttes feldolgozás elvének alkalmazása teszi lehetővé /I.5.4., II.3.1.8. fejezetek/:

- mivel a sűrités jellegét a sok és nagy szabatosságu csillagásztai pont adja meg, igy azt

a hagyományos- Bruns-féle - csillagászati szintezéssel végezzük, azaz geometriai módszerrel.

- az 50 km /VI. Jeremejev-zóna/ feldolgozási sugaru GD rendszert az AD-rendszer sűritésére használjuk, az együttes feldolgozás elvének megfelelően.

Az egységes geoid-magassági hálózat ezen sűritett - a GMH/I pontjain felüli - pontjainak összessége a GMH/II. Jóllehet a GMH/II pontjai közti undulláció-különbségeket geometriai módszerrel számitjuk, gravimetriai korrekció nélkül, a végeredmény, az egységes geoid magassági hálózat, az egységes undulláció-rendszer, és igy az ennek alapján szerkesztett geoid térkép mégis asztrogravimetriai lesz, mivel a sűritett pontok rendszerét együttes kiegyenlitéssel illesztjük be a GMH/I-be.

II.3.3.2.2. A sűrités módszere

a/ "Az interpoláló rendszer" kialakitása: IO

A csillagászati /relativ/ függővonal-elhajlásoknak, gravimetriai elhajlások alapján történő interpolálása a következő igen egyszerű képletekkel fejezhető ki:

$$\Delta\xi = \xi^{AG} - \xi^{G} \qquad \text{... 77 /IO rendszer/}$$

$$\xi_{I}^{AG} = \xi^{G} + \Delta\xi \qquad \text{... 78 /IT rendszer/}$$

/Az η összetevőkre ugyanigy/

Szavakban:

- mindazon pontokban, ahol mind csillagászati mérés történt, mind gravimetriai feldolgozást végeztünk - AGP-ok - képezzük 77 szerint az ezekből nyert függővonal-elhajlások különbségét.
- egy-egy 1:500 000 méretarányu pontvázlatra felrakva mind a $\Delta\xi$, mind a $\Delta\eta$ különbségeket, lineáris interpolálással megszerkesztjük ezen AGP-ok között a Δ -értékrendszerek izovonalait 0,1"-0,4" értékközökkel, az izovonalak sürüségétől függően.

Ezekkel a $\Delta\xi$" és $\Delta\eta$" izo-térképekkel történik azután az interpolálás a 78. képlet szerint.

Hangsulyozzuk: a $\Delta\xi$ és $\Delta\eta$ különbségeket mindenütt képezzük, ahol erre mód van, tehát a GMH/I pontjain is!

Azon AGP-ok összessége, ahol $\Delta\xi$/ill. $\Delta\eta$/ érték számitható, alkotja az "Interpoláló Rendszert" /a továbbiakban: IO/

Az IO-rendszer pontjai a gravimetriai feldolgozás szempontjából 3 csoportba osztbatók:

BPG: "Gravimetriai Bázis Pontok"
- mind 300 km-es, mind 50 km-es környezetü gravimetriai kiértékelés történt

BPA: "Asztronómiai Bázis Pontok"
- csak 50 km-es feldolgozást végeztünk

BPG/I: "I.r. Gravimetriai Bázis Pontok"
- csak 300 km-es kiértékelés van /azonosak a GMH/I pontjaival/.

b/ Az "Interpolált Rendszer" kialakitása: IT

Azon pontok alkotják, amelyen csak gravimetriai feldolgozás történt /csak GD van/: ezeken a 78. képlettel képezzük a ξ_I^{AG} és η_I^{AG} interpolált függővonal-elhajlás összetevőket. Ezek a dolog természetéből eredően AD /relativ/ elhajlások.

c/ Az "Asztropontok" AP

Ezek azok a csillagászati pontok, amelyeken gravimetriai feldolgozást nem végeztünk, igy ezeken csak a relativ /csillagászati/ függővonal-elhajlás komponensek képezhetők, de éppen ezekre van szükségünk.

d/ Az "Egységes Asztro-pont Rendszer" EAPR

A fenti a, b, c, pontokban leirtak szerint kialakult az az egységes AD-elhajlásrendszer, melynek adataival már számithatjuk a GMH/II undulációkülönbségeit Bruns csillagászati szintezésével.

Ugyanis

- az "Interpoláló Rendszer" /IO/ alapján csillagászati /relativ/ rendszerré alakitjuk az "Interpolált rendszert" /IT/ mely eredetileg természetesen gravimetriai /abszolut/.
- kiegészitve ezt az "Asztro-pontok"-kal /AP/ kapjuk a végzett: az "Egységes Asztro-Pont Rendszert" /EAPR/.

Szimbólikusan:

/IO ⟵ IT/ + AP = EAPR

II.3.3.2.3. A sűrités számitása

II.3.3.2.3.1. A kiegyenlités előkészitése

Az előkészités a GMH/II nyers undulació-különbségeinek a számitását jelenti, majd ezek birtokában a II. csoport szerinti kiegyenlitésben használt gépi programjának megfelelő összeállitások, előirások elkészitését.

Az undulació-különbségeket a II.3.2. "Csillagászati szintezés ξ és η numerikus értékeivel" c.fejezetben leirtak alapján számitjuk az 55. képlet szerint.

Magának a kiegyenlitésnek az előirása alapja a gépi program függvénye, hogy csak tökéletes ismeretében rögzithető a technológiája. Ezek a programok viszont a számitástechnika dinamikus fejlődésének megfelelően olyannyira változhatnak, hogy mindig az adott, konkrét kiegyenlitési probléma felmerülésekor kell kiválasztani az éppen akkor rendelkezésre álló legmegfelelőbbet, s aszerint járni el az előirásnál.

/Pl. szükség lehet a hálózat pontjai célszerű átszámozására/.

II.3.3.2.3.2. A kiegyenlítés végrehajtása

Az előző pontban mondottak szerint nem ismertetünk valamely konkrét programot, csupán megemlítjük, hogy a Szolgálat a GMH/II-t a BGTV PDP 11 számítógépén egyenlítette ki a jól bevált "Hálózat Kiegyenlítő Program"-mal. A középhibaszámítás, pontossági mérőszámok képzése is a program természetétől függ; milyen jellemzőket kapunk meg a gépi számításból, s melyeket kell esetleg magunknak képeznünk.

II.3.3.3. Az Asztrogravimetriai Geoid térképe: AGRG-tp.

Geoidmeghatározó munkánk végterméke az AGRG szintvonalas térképe. 1:500 000 méretarányban készül, 0,20 m-es izovonalakkal.